

Empirisk modellering av produksjonen  
i den norske industri- og bygg og anleggsektoren:  
en kointegrasjonsanalyse  
basert på aggregerte årsdata

Masteroppgave skrevet av

Eugenia Vidal Gil

som en del av *cand.oecon.*-graden

ved Økonomisk institutt, Universitetet i Oslo

Mai, 2007

## Forord

Idéen til denne oppgaven ble foreslått under mitt studentengasjement i Norges Banks forskningsavdeling i 2002-2003. Jeg takker for inspirasjonen, erfaringene og støtten jeg fikk i denne perioden. Av personlige årsaker ble ikke fremgangen i oppgaven som jeg hadde ønsket. Jeg er dypt takknemlig for alle de gode rådene, omtanken og den store tålmodigheten og forståelsen til min veileder Erik Biørn, professor ved Økonomisk institutt, UiO. Hans hjelp og støtte har vært uvurderlig. Jeg vil også takke min ektefelle for innsatsen som språkkonsulent.

## Sammendrag

Formålet med denne masteroppgaven er å estimere produktfunksjonen for den norske industri- og bygg og anleggsektoren. To alternative spesifikasjoner blir estimert over et sampel av årsdata for perioden 1966-2001: Cobb-Douglas (CD-) funksjonen og Constant Elasticity of Substitution (CES-) funksjonen. I begge formuleringene av produktfunksjonen representeres teknologisk fremgang ved en lineær trend. Ved ADF-tester blir det funnet evidens for at variablene i analysen er ikke-stasjonære  $I(1)$ -variabler. Det testes derfor for kointegrasjon ved estimering av likevektskorrigeringsmodeller for begge spesifikasjoner og av en vektor likevektskorrigeringsmodell for CD-spesifikasjonen. Resultatene av kointegrasjonsanalysen viser at både en CD-produktfunksjon med konstant skalautbytte og en CES-produktfunksjon med estimert substitusjonselastisiteten mindre enn én er forenlig med dataene.

# Innhold

<b>Innhold</b>	<b>iii</b>
<b>Tabeller</b>	<b>iv</b>
<b>Figurer</b>	<b>iv</b>
<b>1 Innledning</b>	<b>1</b>
<b>2 Produktfunksjonen</b>	<b>4</b>
2.1 Produksjonsteknologi . . . . .	4
2.2 Valg av funksjonsform . . . . .	6
<b>3 Dataene og variablene</b>	<b>11</b>
3.1 Dataene . . . . .	11
3.2 Teoretiske vs. observerbare variabler . . . . .	11
3.3 Notasjon og definisjoner . . . . .	14
3.4 Stasjonære vs. ikke-stasjonære tidsserier . . . . .	15
3.5 Testing for enhetsrot . . . . .	18
<b>4 Empirisk analyse av produksjonen</b>	<b>23</b>
4.1 Empirisk analyse av ikke-stasjonære tidsserier . . . . .	23
4.2 Systemkointegrasjonsanalyse . . . . .	26
4.3 Resultatene . . . . .	29
4.3.1 En GUEqCM for den generelle CD-spesifikasjonen . . . . .	30
4.3.2 En VEqCM for CD-spesifikasjonen . . . . .	33
4.3.3 En GEqCM for CES-spesifikasjonen . . . . .	36
4.3.4 En GUEqCM for CD-spesifikasjonen med konstant skalautbytte . . . . .	40
<b>5 Konklusjon</b>	<b>44</b>
<b>Referanser</b>	<b>46</b>
<b>Appendiks A: Gjennomsnitt og korrelasjoner</b>	<b>49</b>
<b>Appendiks B: Inntektsandel til arbeidsinnsatsen</b>	<b>50</b>
<b>Appendiks C: Grafisk analyse av EqCM for CD-KSU-spesifikasjonen</b>	<b>51</b>

## Tabeller

1	ADF-tester av log av variablene . . . . .	21
2	ADF-tester av vekstratene til variablene . . . . .	22
3	OLS-estimer for GUEqCM for CD-spesifikasjonen, 1969-2001 . . . . .	31
4	OLS-estimer for en forenklet GUEqCM for CD-spesifikasjonen, 1968-2001 . . . . .	32
5	Spesifikasjonstester for VAR(2)-systemet, 1968-2001 . . . . .	34
6	Johansens trase-test . . . . .	34
7	Kointegrasjonsvektoren og vektoren av justeringskoeffisienter . . . . .	35
8	Signifikanstestene . . . . .	35
9	Johansens test for svak eksogenitet . . . . .	35
10	OLS-estimer for GUEqCM for CES-spesifikasjonen, 1969-2001 . . . . .	37
11	OLS-estimer for den endelige EqCM for CES-spesifikasjonen, 1968-2001 . . . . .	38
12	OLS-estimer for GUEqCM for CD-KSU-spesifikasjonen, 1969-2001 . . . . .	41
13	OLS-estimer for den endelige EqCM for CD-KSU-spesifikasjonen, 1969-1998 . . . . .	42
14	Gjennomsnitt og korrelasjonmatrisen til $y$ , $k$ , $l$ . . . . .	49
15	Gjennomsnitt og korrelasjonsmatrisen til $Dy$ , $Dk$ og $Dl$ . . . . .	49

## Figurer

1	Logaritmen av bruttoprodukt ( $y$ ), kapital ( $k$ ), timeverk ( $l$ ) og arbeidsproduktivitet ( $y-l$ ) og kapital per timeverk ( $k-l$ ) . . . . .	14
2	Vekstratene til arbeidsproduktivitet og kapital per timeverk, til bruttoprodukt, til timeverk og til kapitalbeholdningen . . . . .	16
3	Inntektsandel til arbeidsinnsats . . . . .	50
4	Estimer til den endelige EqCM for CD-KSU-spesifikasjonen . . . . .	51
5	Rekursive estimer for den endelige EqCM for CD-KSU-spesifikasjonen . . . . .	52
6	Rekursive tester for parameter-stabilitet for den endelige EqCM for CD-KSU-spesifikasjonen . . . . .	53

# 1 Innledning

I tråd med Kaldors *stiliserte fakta* om vekst<sup>1</sup> kjennetegnes utviklingen av den norske industri- og bygg og anleggsektoren i de siste 40 årene ved følgende hovedtrekk:

- Bruttoprodukt per enhet arbeidsinnsats, eller arbeidskraftsproduktiviteten, og kapital per arbeidsinnsats vokser kontinuerlig, med en tilnærmet konstant vekstrate.
- Kapitalbeholdning per enhet bruttoprodukt er omtrent konstant.
- Reallønninger vokser kontinuerlig, med omtrent konstant vekstrate.
- Inntektsandelene til arbeidsinnsats og kapitalinnsats er tilnærmet konstante.<sup>2</sup>

Hovedkonklusjonen i den grunnleggende modellen i vekstteori (Solow-modellen) er at kapitalakkumulasjonen ikke påvirker veksten i arbeidskraftsproduktiviteten på lang sikt og at kontinuerlig eller permanent vekst i produktiviteten bare kan forklares ved teknologisk vekst, som i denne modellen betraktes som eksogen. Formålet med denne masteroppgaven er å finne en hensiktsmessig spesifikasjon for produktfunksjonen som er i stand til å kaste lys over måten industri- og bygg og anleggsektoren (IBA-sektoren i det følgende) fungerer og utvikler seg på og som er i stand til å fange opp teknologisk fremgang.

Når man modellerer teknologien som eksogen,<sup>3</sup> varierer tilnærmingene fra det såkalte vekstregnskapet til produktfunksjonstilnærmingen. Vekstregnskapet består enkelt sagt i å estimere teknologisk vekst som den delen av veksten i produksjonen som ikke forklares av veksten i innsatsfaktorene. Teknologisk vekst estimert med denne metoden betegnes av den grunn som *Solow-residualen* eller total faktorproduktivitet.<sup>4</sup> Innsatsfaktorenes bidrag til vekst i produksjonen, dvs. deres grenseelastisiteter, estimeres med denne tilnærmingen ved hjelp av deres respektive inntektsandeler. Med dette forutsettes implisitt at belønningen til innsatsfaktorene (om den er observerbar) er lik deres marginalprodukt, noe som ikke nødvendigvis stemmer overens med virkeligheten. I denne oppgaven foretrekkes det derfor å representere teknologisk fremgang ved en lineær trend i en produktfunksjon.

To alternative spesifikasjoner for produktfunksjonen vil bli undersøkt: *Cobb-Douglas* (CD-) funksjonen og *Constant Elasticity of Substitution* (CES-) funksjonen. CD-funksjonen er meget ofte benyttet i vekstteorien og i empiriske analyser: Den ser ut til å samsvare

---

<sup>1</sup>Se f. eks. Burda og Wyplosz (2001, kap. 3).

<sup>2</sup>Se figur 1, 2 og 3.

<sup>3</sup>Nyere modeller innenfor vekstteori betrakter teknologisk fremgang som endogen, ved f. eks. å inkludere investeringer i både realkapital og utdanning og forskning, eller ved positive eksternaliteter i kapitalakkumulasjonen (se Hoel og Moene (1997, avs. 15.6) eller Romer (1997, kap. 3)). En fullstendig modell for endogen vekst er imidlertid utenfor oppgavens rekkevidde.

<sup>4</sup>Se f. eks. Romer (1996, avs.1.7).

med de stiliserte fakta om vekst, og den involverer få ukjente parametere. CD-funksjonen innebærer at substitusjonselastisiteten er lik 1, at innsatsfaktorenes grenseelastisiteter er konstante, og at teknologisk vekst er Hicks-nøytral. Dette kan oppfattes som for restriktivt. CES-funksjonen, derimot, tillater både kapital- og arbeidsutvidende teknologisk endring, og grenseelastisitetene er ikke konstante med denne spesifikasjonen. Av den grunn har CES-produktfunksjonen også ofte blitt brukt i nyere empiriske analyser, ikke minst fordi en nedgang i arbeidsinnsatsens inntektsandel har blitt observert i flere europeiske land det siste tiåret, også i Norge.<sup>5</sup> Disse to spesifikasjonene for produktfunksjonen skal estimeres over et sampel av årsdata for perioden 1966-2001.

Oppgaven er organisert som følger:

Kap. 2 gir en innføring i produksjonsteknologien og produktfunksjonen. I avsnitt 2.1 blir det redegjort for de viktigste egenskapene ved produksjonsteknologien sett fra et samfunnsøkonomisk synspunkt og som en spesifisering av produktfunksjonen må være i stand til å belyse, slik som skala- og substitusjonsegenskapene ved produksjonsteknologien. En klar forståelse av disse egenskapene er også nødvendig for en riktig tolkning og vurdering av estimeringsresultatene. I avsnitt 2.2 blir de to alternative spesifikasjonene for produktfunksjonen i denne oppgaven introdusert: CD-funksjonen og CES-funksjonen. Tolkningen av deres parametere i forhold til produksjonsteori blir forklart, samt forenklingene de innebærer og fordeler og ulemper ved hver av dem. Det blir også redegjort for begrepet svak eksogenitet.

I kap. 3 blir bruttoprodukt, kapitalinnsats, arbeidsinnsats og de andre variablene i modelleringen grundig beskrevet med hensyn til både deres teoretiske betydning og deres statistiske egenskaper. I avsnittene 3.1-3.3 opplyses det om datakildene og aggregering av IBA-sektoren, den teoretiske betydningen av kapital- og arbeidsinnsats blir forklart og de valgene som har blitt tatt når teorivariablene ikke er observerbare blir begrunnet. Der gjennomgås også notasjonen og definisjonen for alle variablene som blir benyttet i den økonometriske analysen. I avsnitt 3.4 gjennomgås de grunnleggende stokastiske prosessene som genererer tidsserievariabler og forskjellen mellom stasjonære og ikke-stasjonære variabler. Siden ikke-stasjonære variabler følger ikke-standard fordelinger, kan heller ikke standard inferens benyttes i en empiriske analyse med slike variabler, noe som påvirker valget av modelleringstrategi. I avsnitt 3.5 introduseres *Augmented Dickey-Fuller* (ADF-) testen for ikke-stasjonaritet, som anvendes i testingen av integrasjonsordenen til variablene i analysen. Det blir derav funnet evidens for at disse variablene er ikke-stasjonære og integrerte av første orden.

---

<sup>5</sup>Som omtalt av Bjørnstad (2007).

Kap. 4 omfatter den empiriske analysen av produksjonen. I avsnitt 4.1 begrunnes at kointegrasjonsanalysen er en riktige ramme for en økonometrisk modellering av ikke-stasjonære variabler og dermed for den empiriske analysen av produksjonen i IBA-sektoren. Kointegrasjonsanalysen blir grundig forklart for én-likningsestimering. De forskjellige tilnærmingene til å teste for kointegrasjon blir også forklart, og det gis en begrunnelse på hvorfor en *likevektsskorrigeringsmodell* blir valgt for å teste for kointegrasjon ved én-likningsestimering i denne oppgaven. I avsnitt 4.2 blir forklaringen utvidet til systemkointegrasjonsanalysen og *Johansens metode* for å teste for kointegrasjon og for å estimere de kointegrerende vektorene. I avsnitt 4.3 presenteres resultatene av analysen av den generelle CD-spesifikasjonen, systemkointegrasjonsanalysen av CD-spesifikasjonen, CES-spesifikasjonen og CD-modell med konstant skalautbytte (KSU heretter). Resultatene viser at både CES- og CD-KSU-spesifikasjonene er forenlig med data.

Likevel er tolkningen av de estimerte modellene ikke entydig. Dette blir påpekt i konklusjonen i kap. 5, hvor resultatene fra kointegrasjonsanalysen av begge spesifikasjonene blir vurdert og mulige forklaringer blir foreslått. Avslutningsvis skisseres det hvordan analysen kan utvides.

Datasampelet er hentet fra RIMINI-databasen. Sampelet kan fås ved henvendelse til forfatter.

All estimering og testing i denne oppgaven er gjennomført i *PcGive 10.1*.



## 2 Produktfunksjonen

### 2.1 Produksjonsteknologi

Med en produktfunksjon forsøker man å beskrive teknologien som en bedrift, en sektor eller hele økonomien har til disposisjon for å produsere en bestemt vare eller en makrovare ved bruk av forskjellige kombinasjoner av innsatsfaktorer. Noen aspekter ved teknologien er spesielt relevante fra et økonomisk synspunkt: Grenseproduktivitet og grenseelastisitet av innsatsfaktorene, skalaegenskapene og substitusjonsmuligheter mellom innsatsfaktorene. En spesifikasjon for produktfunksjonen må være i stand til å belyse disse aspektene. Samtidig er en klar forståelse av disse egenskapene også nødvendig for en riktig tolkning og vurdering av estimeringsresultatene.

Betrakter man tilfellet hvor det produseres en (aggregat) vare  $Y$  ved bruk av kapitalinnsats  $K$  og arbeidsinnsats  $L$ , har produktfunksjonen den generelle formen

$$Y = F(K, L), \quad K \geq 0, L \geq 0 \quad (1)$$

som angir det maksimale kvantumet som kan produseres for en bestemt kombinasjon av innsatsfaktorene.

Grenseproduktivitetene er definert som de partielle deriverte av første orden av produktfunksjonen med hensyn på innsatsfaktorene

$$F'_L = \frac{\partial F(K, L)}{\partial L}, \quad F'_K = \frac{\partial F(K, L)}{\partial K} \quad (2)$$

og måler økningen i produksjonen når en innsatsfaktor øker med én enhet og de andre holdes konstante. Hver produksjonsfaktors grenseproduktivitet antas å være positiv, siden det ville være økonomisk meningsløst for en bedrift å betale for innsatsfaktorer med negativ eller null grenseproduktivitet.

Grenseelastisiteten uttrykker den prosentvise økning i produksjonen når en faktor øker med én prosent og bruken av de andre faktorene forblir uendret. Den er definert ved

$$\varepsilon_K = F'_K \cdot \frac{K}{F(K, L)}, \quad \varepsilon_L = F'_L \cdot \frac{L}{F(K, L)} \quad (3)$$

Skalaelastisiteten måler den prosentvise økning i produksjonen når alle innsatsfak-

torene øker med én prosent, og er definert ved

$$\varepsilon = F'_K \cdot \frac{K}{F(K, L)} + F'_L \cdot \frac{L}{F(K, L)} = \varepsilon_K + \varepsilon_L \quad (4)$$

slik at skalaelastisiteten kan uttrykkes som summen av innsatsfaktorenes grenseelastisiteter. Produksjonsprosessen sies å ha konstant skalautbytte når  $\varepsilon = 1$ , avtakende skalautbytte når  $\varepsilon < 1$ , og tiltakende skalautbytte når  $\varepsilon > 1$ . Skalaelastisiteten er ikke nødvendigvis konstant over hele definisjonsområdet, og en vanlig antakelse er at  $\varepsilon > 1$  for små verdier av  $Y$  og at  $\varepsilon < 1$  for store verdier av  $Y$ .<sup>6</sup> Om produktfunksjonen forutsettes å være homogen, angir homogenitetsgraden skalaegenskapene ved teknologien. En funksjon er homogen av grad  $k$  dersom følgende gjelder

$$F(tK, tL) = t^k \cdot F(K, L), \quad \forall t > 0 \quad (5)$$

Er  $k = 1$ , sies produktfunksjonen å ha konstant skalutbytte. Er  $k < 1$  har den avtakende skalautbytte, og er  $k > 1$  har produktfunksjonen tiltakende skalautbytte.

Med flere variable innsatsfaktorer er det mulig å produsere en bestemt produktmengde ved forskjellige kombinasjoner av disse, derfor er substitusjonsmulighetene en viktig aspekt ved teknologien. Substitusjonselastisiteten, betegnet som  $\sigma$ , er elastisiteten av forholdet mellom to faktorer ( $K/L$  i dette tilfellet) med hensyn på det marginale substitusjonsbrøket, definert som  $F'_L/F'_K$ , for et fast produksjonsnivå, dvs.

$$\sigma = El_{F'_L/F'_K} \left( \frac{K}{L} \right) \quad (6)$$

Under forutsetning om kostnadsminimering for gitte faktorpriser og gitt produsert mengde, kan substitusjonselastisiteten uttrykkes som elastisiteten av det kostnadsminimerende faktorforholdet  $K^*/L^*$  med hensyn på de relative faktorprisene  $p_L$  og  $p_K$ , ved

$$\sigma = El_{p_L/p_K} \left( \frac{K^*}{L^*} \right) \quad (7)$$

For bevis og en mer detaljert beskrivelse av produksjonsteknologi med flere variable innsatsfaktorer og bedriftens atferd, se Hoel og Moene (1997, kap. 8-11).

---

<sup>6</sup>Se Hoel og Moene (1997, s. 111).

## 2.2 Valg av funksjonsform

I utgangspunktet er grenseelastisitetene, skalaelastisiteten og substitusjonselastisiteten ikke konstante, dvs. at deres tallverdi avhenger av faktorpunktet  $(K, L)$  som de er evaluert i. De to alternative produktfunksjonene som her blir introdusert innebærer likevel at disse elastisitetene er konstante (bortsett fra grenseelastisitetene i CES-tilfellet) og dermed uavhengige av produksjonsnivået og – for substitusjonselastisiteten – også av prisen på innsatsfaktorene.

En av de mest benyttede produktfunksjonene i teoretiske og empiriske analyser er Cobb-Douglas (CD-) produktfunksjonen:

$$Y_t = A(t) \cdot K_t^\alpha \cdot L_t^\beta, \quad t = 1, \dots, n \quad (8)$$

hvor fotskrift  $t$  står for observasjon i tidspunktet  $t$ ;  $\alpha$  og  $\beta$  er positive konstanter og  $A(t)$  er en indeks på teknologisk nivå.<sup>7</sup> I denne oppgaven betegner  $Y_t$  bruttoprodukt,  $K_t$  kapitalinnsats og  $L_t$  arbeidsinnsats. For CD-funksjonen er grenseproduktivitetene

$$F'_K = \alpha \cdot \frac{Y_t}{K_t}, \quad F'_L = \beta \cdot \frac{Y_t}{L_t} \quad (9)$$

slik at grenseelastisitetene  $\varepsilon_K$ ,  $\varepsilon_L$ , og skalaelastisiteten  $\varepsilon$ , er konstante og gitt ved

$$\varepsilon_K = \alpha, \quad \varepsilon_L = \beta, \quad \varepsilon = \varepsilon_K + \varepsilon_L = \alpha + \beta \quad (10)$$

hvor  $\alpha + \beta$  angir homogenitetsgraden av funksjonen. Fra (9) er det lett å se at

$$\frac{F'_L}{F'_K} = \frac{\beta \cdot K_t}{\alpha \cdot L_t} \quad (11)$$

og at substitusjonselastisiteten derfor er

$$\sigma = El_{F'_L/F'_K} \left( \frac{K_t}{L_t} \right) = 1 \quad (12)$$

En grunn til at Cobb-Douglas-produktfunksjonen er mye brukt i empiriske analyser, er at den involverer få ukjente parametere, noe som ikke krever et stort antall observasjoner

---

<sup>7</sup>Om  $A(t) = A$ , dvs. konstant, kalles  $A$  effektivitetsparameteren og angir produksjonsnivået som oppnås med én enhet av innsatsfaktorene (Biørn, 2003, avs. 6.2., s. 178). Lar man  $A(t)$  være teknologisk fremgang, er det vanlig i vekstlitteratur og i empiriske anvendelser at  $A(t) = A \cdot e^{\lambda t}$ , slik at en har konstant teknologisk vekst, gitt ved  $\lambda$ .

ved estimering, og at den er log-lineær. Hvis  $A(t) = A \cdot e^{\lambda t}$ , får en ved å ta naturlige logaritmer på

$$Y_t = A \cdot e^{\lambda t} \cdot K_t^\alpha \cdot L_t^\beta \quad (13)$$

den økonometriske spesifikasjonen for CD-modellen

$$\ln Y_t = \ln A + \lambda t + \alpha \ln K_t + \beta \ln L_t + u_t, \quad t = 1, \dots, n \quad (14)$$

der  $u_t$  er restleddet.<sup>8</sup> Resultatene av estimeringen av CD-spesifikasjonen (14) vises i avsnitt 4.3.1. Imidlertid innebærer en Cobb-Douglas-formulering den apriori forutsetningen om substitusjonselastisiteten lik 1, noe som kan være for restriktivt.

En mer fleksibel funksjonsform som også er homogen, er *Constant Elasticity of Substitution* (CES-) funksjonen (Arrow mfl., 1961)

$$Y_t = A(t) \cdot [\gamma K_t^{-\rho} + (1 - \gamma) L_t^{-\rho}]^{-\varepsilon/\rho}, \quad t = 1, \dots, n \quad (15)$$

hvor  $\varepsilon$  betegner (den konstante) skalaelastisiteten,  $A(t)$  er igjen en indeks på teknologien og  $\gamma$  er fordelingsparameteren.<sup>9</sup> Som navnet antyder er substitusjonselastisiteten  $\sigma$  konstant, men den kan være forskjellig fra 1.  $\sigma$  er definert ved

$$\sigma = \frac{1}{1 + \rho} \quad (16)$$

En annen viktig forskjell i forhold til CD-formuleringen er at grenseelastisitetene ikke er konstante for en CES-produktfunksjon.

Grunnen til at CES-formulering betraktes som mer fleksibel, er at den har som grensetilfeller andre viktige produktfunksjoner. Produktfunksjonen i (15) nærmer seg den lineære produktfunksjonen  $Y_t = A(t) \cdot [\gamma K_t + (1 - \gamma) L_t]$  med  $\sigma = \infty$ , når  $\rho \rightarrow -1$ . Når  $\rho \rightarrow \infty$ , nærmer (15) seg en limitasjonslov eller Leontieff-produktfunksjon med  $\sigma = 0$ . Og når  $\rho \rightarrow 0$ , nærmer (15) seg  $Y_t = A(t) \cdot K_t^{\gamma\varepsilon} \cdot L_t^{(1-\gamma)\varepsilon}$ , dvs. en Cobb-Douglas-produktfunksjon med  $\sigma = 1$ .<sup>10</sup>  $\rho$  er derfor en nøkkelparameter, og ved å estimere den kan man teste null-

---

<sup>8</sup>Her og i det følgende forutsettes restleddet  $u_t$  å oppfylle de følgende stokastiske forutsetningene:

$E(u_t) = 0$ ,  
 $E(u_t^2) = \sigma_u^2$ ,  
 $E(u_t u_{t-1}) = 0$ .

$u_t$  er kalt *hvit støy* om i tillegg er  $u_t \sim IN(0, \sigma_u^2)$ , dvs. uavhengig normalt fordelt. Da gjelder MKM-estimatoren som er best lineære forventningsrette estimatorer.

<sup>9</sup>“(…)  $\gamma \in (0, 1)$  bestemmer den relative *vektfordeling* av de to faktorene i produktfunksjonen” (Biørn, 2003, s. 199).

<sup>10</sup>Se Sydsæter (2000, s. 223) for bevis.

hypotesen  $H_0 : \rho = 0$ , eller  $H_0 : \sigma = 1$ , som tilsvarer å teste om Cobb-Douglas er riktig spesifisering for produktfunksjonen.

Angående teknologileddet  $A(t)$  tillater en CES-spesifisering både Hicks-, Harrod- og Solow-nøytral teknologisk endring.<sup>11</sup> En formulering for CES-funksjonen med både kapitalutvidende og arbeidsutvidende teknologisk fremgang er

$$Y_t = A \cdot [\gamma \cdot (e^{\lambda t} K_t)^{-\rho} + (1 - \gamma) \cdot (e^{\delta t} L_t)^{-\rho}]^{-\varepsilon/\rho} \quad (17)$$

hvor  $\lambda$  er vekstraten til kapitalutvidende teknologisk fremgang,  $\delta$  er vekstraten til arbeidsutvidende teknologisk fremgang og  $A$  er effektivitetsparameteren.<sup>12</sup>

CES-produktfunksjonen er likevel ikke-lineær i sine parametere og kan i motsetning til CD-tilfellet heller ikke gjøres lineær ved log-transformasjon. Selv om det er mulig å estimere parameterne i CES-funksjonen direkte med ikke-lineære minste kvadraters metode eller sannsynlighetsmaksimering, er det vanlig i empiriske analyser å bruke en indirekte tilnærming til CES-funksjonen og om mulig anvende MKM i estimeringen av nøkkelparameter  $\rho$ . To av de mest benyttede én-likningstilnærmingene er Arrow, Chenery, Minhas og Solow (ACMS) og Kmentas tilnærming.

ACMS (Arrow mfl., 1961) foreslo estimering av substitusjonselastisiteten  $\sigma$  fra følgende regresjon,

$$\ln \left( \frac{Y_t}{L_t} \right) = \sigma \ln(p_{L_t}) + u_t \quad (18)$$

hvor  $p_{L_t}$  er realprisen på arbeidsinnsats, dvs. reallønningen, og  $u_t$  er restleddet. Denne likningen får en fra førsteordensbetingelsen for profittmaksimering mhp. arbeidsinnsats. En regresjon som (18) forutsetter at CES-funksjonen er homogen av grad én – dvs. at en har konstant skalaутbytte – og perfekt konkurranse i både arbeids- og produktmarkedet, i tillegg til at bedriftens atferd er profittmaksimerende for å være gyldig. I (18) tas det ikke hensyn til teknologisk fremgang.

Kmenta<sup>13</sup> foreslo den kvadratiske approksimasjonen til CES-funksjonen rundt  $\rho = 0$ ,

$$\ln(Y_t) = \ln(A) + \varepsilon(1 - \gamma) \ln \left( \frac{K_t}{L_t} \right) + \varepsilon \ln(L_t) + \left( \frac{\rho \varepsilon \gamma (1 - \gamma)}{2} \right) \left[ \ln \left( \frac{K_t}{L_t} \right) \right]^2 + u_t \quad (19)$$

<sup>11</sup>Teknologisk fremgang klassifiseres som Hicks-nøytral om produktfunksjonen er  $Y = A(t) \cdot F(K, L)$ , som Harrod-nøytral eller arbeidsutvidende om  $Y = F[K, A(t) \cdot L]$ , og som Solow-nøytral eller kapitalutvidende om  $Y = F[A(t) \cdot K, L]$  (Barro og Sala-i-Martin, 1995, s. 33). I Cobb-Douglas tilfellet er disse tre typer teknologisk fremgang ekvivalente (Romer, 1996, s. 10).

<sup>12</sup>Mer konkret kalles  $A$  den nøytrale effektivitetsparameteren, siden et skifte i  $A$  innebærer et tilsvarende skifte i  $Y$  for en gitt mengde av produksjonsfaktorene (Arrow mfl., 1961, s. 230).

<sup>13</sup>Redegjort i Griliches (1998, s. 300).

Det tas heller ikke hensyn til teknologisk endring med denne formuleringen. Ingen forutsetning om bedriftens atferd eller produkt- og faktormarkedet kreves i (19). Denne tilnærmingen tillater én-liknings estimering ved vanlig MKM, om ikke en direkte estimering av  $\rho$ . Det er uansett mulig å teste Cobb-Douglas-hypotesen: Om  $\rho = 0$ , er den sammensatte koeffisienten foran siste leddet i (19) også lik null, slik at en signifikant  $t$ -verdi for denne koeffisienten betyr forkastelse av CD-produktfunksjonen. Dette er likevel en svak test, siden koeffisienten knyttet til det siste leddet vil være veldig nær null, og derfor sjelden signifikant, selv for moderat positive verdier for  $\sigma$ .<sup>14</sup>

Biørn (2003) presenterer en tredje metode for å estimere substitusjonselastisiteten i en CES-modell. Under forutsetning om profittmaksimering kan de to førsteordensbetingelsene utledes ved følgende fremgangsmåte: Først opphøyes venstre og høyre side i likning (17) i  $-\frac{\rho}{\varepsilon}$ . Da kan man ved implisitt derivasjon beregne de partielle deriverte mhp. arbeids- og kapitalinnsats. Etter å ta naturlige logaritmer er førsteordensbetingelsene gitt ved:

$$\left(\frac{\rho}{\varepsilon} + 1\right) \ln(Y_t) - (\rho + 1) \ln(L_t) - \rho \delta t + \ln(\varepsilon) - \frac{\rho}{\varepsilon} \ln(A) + \ln(1 - \gamma) - \ln(p_{L_t}) = 0 \quad (20)$$

$$\left(\frac{\rho}{\varepsilon} + 1\right) \ln(Y_t) - (\rho + 1) \ln(K_t) - \rho \lambda t + \ln(\varepsilon) - \frac{\rho}{\varepsilon} \ln(A) + \ln(\gamma) - \ln(p_{K_t}) = 0 \quad (21)$$

Her er  $p_K$  og  $p_L$  de reelle prisene på henholdsvis kapitalinnsats og arbeidsinnsats. Ved å trekke (21) fra (20) får man

$$\ln\left(\frac{K_t}{L_t}\right) = \sigma \ln\left(\frac{p_{L_t}}{p_{K_t}}\right) - \sigma \ln\left(\frac{1 - \gamma}{\gamma}\right) + (1 - \sigma)(\lambda - \delta)t + u_t \quad (22)$$

hvor  $u_t$  er restleddet og alle parameterne er definert som før. Likningen (22) kan da benyttes for å estimere  $\sigma$  med VMK-metode, og deretter utlede et estimat for  $\gamma$ .<sup>15</sup> Legg merke til at det bare er mulig å identifisere differansen mellom  $\lambda$  og  $\delta$ . Det innebærer at det er skjevheten i teknologisk endring som estimeres med denne formuleringen. Når  $\lambda > \delta$ , er skjevheten kapitalutvidende; når  $\lambda < \delta$ , er skjevheten arbeidsutvidende; og når  $\lambda = \delta$  (og også når  $\sigma = 1$ ), er teknologisk endring Hicks-nøytral. Om skjevheten i teknologisk endring i tillegg er arbeidssparende eller kapitalsparende, avhenger av om  $\sigma \gtrless 1$ .<sup>16</sup> Siden bare de relative faktorprisene inngår i (22), kan det tolkes som en direkte estimering av substitusjonselastisiteten under forutsetning om kostnadsminimering, noe

<sup>14</sup>Griliches (1998, s.301) gir et numerisk eksempel med  $\sigma = 0.5$  og  $\sigma = 0.75$ .

<sup>15</sup>For estimering av de øvrige parameterne i CES-produktfunksjonen, se fremgangsmåten foreslått i Biørn (2003, avs. 6.5.c).

<sup>16</sup>Se f. eks. Asher (1972).

som er en mindre streng forutsetning enn profittmaksimering.<sup>17</sup> CES-spesifikasjonen (22) vil bli estimert nedenfor og resultatene vises i avsnitt 4.3.3.

Det er enda en viktig forutsetning som er felles for de økonometriske spesifikasjonene som nettopp er beskrevet: Høyreside-variablene i (14) og (22) forutsettes implisitt å være *svakt eksogene* mhp. interesseparameterne for effisient og konsistent estimering av disse. Begrepet svak eksogenitet kan illustreres innen produktfunksjonens ramme på følgende vis:<sup>18</sup> La  $f(Y_t, K_t, L_t)$  betegne den simultane fordelingen av  $Y$ ,  $K$ , og  $L$ , og la  $f_Y(Y_t | K_t, L_t)$  betegne den betingede fordelingen av  $Y$  mhp.  $K$  og  $L$ , og  $g(K_t, L_t)$  den marginale (simultane) fordelingen av  $K$  og  $L$ . Generelt kan den simultane fordelingen uttrykkes ved

$$f(Y_t, K_t, L_t; \theta) = f_Y(Y_t | K_t, L_t; \lambda_1) \cdot g(K_t, L_t; \lambda_2), \quad t = 1, \dots, n \quad (23)$$

hvor  $\lambda_1$  betegner parameterne i den betingede fordelingen,  $\lambda_2$  parameterne i den marginale fordelingen og  $\theta$  betegner parameterne i den simultane fordelingen. Hvis målet er å estimere interesseparameterne  $\psi$ , sies  $K$  og  $L$  å være svakt eksogene mhp.  $\psi$  om følgende to betingelser er oppfylt:

- 1)  $\psi = f(\lambda_1)$ , slik at interesseparameterne avhenger bare av  $\lambda_1$ .
- 2)  $\lambda_1$  og  $\lambda_2$  er variasjonsfrie, dvs. at variasjoner i  $\lambda_2$  ikke legger noen restriksjoner på mulige variasjoner i  $\lambda_1$ .

Om svak eksogenitet gjelder, er effisient estimering av  $\psi$  og testing av hypoteser mulig ved bare å analysere den betingede fordelingen  $f_Y$ . Den marginale fordelingen  $g$  inneholder ikke noe relevant informasjon om  $\psi$ , og kan derfor utelates i analysen. Om svak eksogenitet ikke gjelder, blir estimering av et likningsystem av simultant bestemte endogene variabler nødvendig for effisient inferens. Ved systemestimering åpnes også muligheten for å teste hypotesen om svak eksogenitet formelt.<sup>19</sup>

---

<sup>17</sup>Under forutsetning om kostnadsminimering kan  $\sigma$  defineres som i (7). Da er det åpenbart at  $\frac{\partial \ln(K_t/L_t)}{\partial \ln(p_{L_t}/p_{K_t})} = \frac{p_{L_t}/p_{K_t}}{K_t/L_t} \cdot \frac{\partial(K_t/L_t)}{\partial(p_{L_t}/p_{K_t})} = \sigma$ .

<sup>18</sup>Forklaringen er basert på Johnston og DiNardo (1997, kap. 8) og Ericsson og Irons (1994, kap. 1). Se samme referanser for forklaring av *sterk eksogenitet* og *supereksogenitet*.

<sup>19</sup>Testen om svak eksogenitet blir grundigere forklart i avsnitt 4.2. om systemkointegrasjonsanalyse. I avsnitt 4.3.2 vises resultatene av å anvende denne metoden.

## 3 Dataene og variablene

### 3.1 Dataene

I den empiriske analysen av produksjonsatferden i industri- og bygg og anleggssektoren (IBA-sektor heretter) i denne oppgaven brukes årsdata fra 1966 til 2001. Sampelet er hentet fra det norske nasjonalregnskapet (produsert av SSB) og har 1999 som basisår.

IBA-sektoren blir vanligvis betraktet som den konkurranseutsatte sektoren av økonomien (i motsetning til den private tjenestesektoren), og består av følgende subsektorer:<sup>20</sup>

- Utekonkurrerende sektorer: treforedling, kjemiske råvarer, produksjon og raffinering av petroleumsprodukter, metaller.

- Hjemmekonkurrerende sektorer som produserer vareinnsats: produksjon av vareinnsats- og investeringsprodukter.

- Hjemmekonkurrerende sektorer som produserer maskinkapital: produksjon av verkstedsprodukter, produksjon av skip og oljeplattformer.

- Hjemmekonkurrerende sektorer som produserer konsumvarer: produksjon av konsumprodukter.

- Hjemmekonkurrerende sektorer som produserer bygningskapital: bygg og anlegg.

IBA-sektoren svarer til aggregering i RIMINI-modellen, Norges Banks tidligere makroøkonomiske modell.<sup>21</sup>

### 3.2 Teoretiske vs. observerbare variabler

Begrepene *arbeidsinnsats*, *kapitalinnsats* eller *-tjenester* og *priser* på innsatsfaktorene har blitt benyttet i kap. 2 for å diskutere produksjonsteknologien og for å beskrive de økonometriske spesifikasjonene for produktfunksjonen som vil bli estimert nedenfor. Her skal det gis en nærmere forklaring på hva de innebærer. Det er imidlertid ikke alltid tilfellet at dataene samsvarer med de teoretiske variablene: Noen ganger er de vanskelig å måle, andre ganger er de ikke observerbare. Når det er tilfellet må man velge den eller de observerbare variablene som står nærmest teorien. Derfor skal det også bli forklart hvilke valg som har blitt tatt i denne oppgaven. Fremstillingen er basert på OECD (2001).

Begrepet *arbeidsinnsats* angir mengden av produktive tjenester forsynt av arbeiderne. OECD (2001) betrakter det totale antall timeverk utført av både ansatte og selvstendige arbeidere som det riktige målet på arbeidsinnsats. Sammenliknet med antall arbeidere vil

---

<sup>20</sup>Subsektorene er definert av SSBs nasjonalregnskap.

<sup>21</sup>“RIMINI 3.1415x. Variable definitions and data sources”, *Riksmøtnotat nr. 363*, Norges Bank.



dette målet bedre reflektere arbeidsbidraget i produksjonen, siden det fanger endringer i gjennomsnittlig arbeidstid, ferieperioder, overtidarbeid og deltidsarbeid. En arbeiders bidrag til produksjonen består likevel både av den fysiske arbeidskraften (eller tilstedeværelsen) og av humankapitaltjenester. Dette innebærer at arbeidsinnsatsen er heterogen og derfor er det *ønskelig, men vanskelig*, som OECD (2001) uttrykker det, å skjelne mellom arbeidskategorier i forhold til f. eks. utdanning og/eller erfaring. På den måten ville effekten av forbedringer i kvaliteten av arbeidskraften på vekst i både output og produktiviteten bli tatt hensyn til. Å skaffe slike data har vist seg å være for krevende; ellers har OECDs anbefalinger blitt fulgt. Målet for arbeidsinnsatsen som blir brukt i denne oppgaven er timeverk utført av både ansatte og selvstendige arbeidere, betegnet  $L$ . Som pris på arbeidsinnsatsen brukes de nominelle lønnskostnadene per timeverk,  $W$ , slik at en verdsetter de selvstendiges arbeid ved å bruke timelønnsinnsatsen for lønnstakerne.

Begrepet *kapitalinnsatsen* skal fange opp strømmen av produktive tjenester som kommer fra av aktiva brukt i produksjonen. Dette blir også betegnet som realkapital, siden det skal uttrykke kvantiteten, og ikke verdien, av disse aktiva. Denne strømmen av produktive tjenester er ikke observerbar. Som det er vanlig i litteraturen, vil det tilnærmede målet for kapitaltjenester i denne oppgaven være beholdninger av fast kapital. Ulempen med dette målet er at det ikke fanger endringer i *kapasitetsutnyttelsen*, eller timeverk utført av maskinene, som OECD (2001) uttrykker det. Kapasitetsutnyttelsen regnes å være prosyklisk, dvs. at kapitalutstyret brukes mer intensivt i høykonjunkturperioder, og omvendt.

Pris på kapital skal være prisen per enhet kapitaltjenester. To begreper brukes om hverandre for å referere til kapitalprisen: rental price og brukerprisen. *Rental price*, eller leieprisen på kapital, ville være den observerte leien en bedrift betaler for å leie en kapitalgjenstand, f. eks. ved en leasingavtale. Som oftest vil likevel en bedrift eie eget kapitalutstyr. Da er *brukerprisen* den implisitte leieprisen bedriften betaler. Den er ikke observerbar, og det har blitt foreslått forskjellige måter å beregne den på i litteraturen.<sup>22</sup> Det er uansett tre typer kostnader ved å eie kapital som brukerprisen skal fange opp: Finansieringskostnader (gitt ved lånerenten), depresieringskostnader (gitt ved depresieringsraten) og tap (eller gevinst) ved kapitalprisendringer. For denne oppgaven har den nominelle brukerprisen ( $BPK$ ) blitt beregnet på følgende måte:<sup>23</sup>

$$BPK_t = PI_t(R_t + \delta_t - \pi p k_t) \quad (24)$$

<sup>22</sup>Fremstillingen her er basert på Mork (1996, kap. 1) og Romer (1996, kap. 8).

<sup>23</sup>En enda mer nøyaktig måte å beregne brukerprisen på er å ta hensyn til skatt og implementeringskostnader. Dette har ikke blitt gjort i denne oppgaven pga. vanskelig tilgjengelighet på data.

der  $t$  indikerer tidspunktet for observasjonen,  $PI$  er deflator for bruttoinvesteringer i IBA-sektoren og  $R$  er gjennomsnittlig nominell lånerente. Depresieringsraten  $\delta$  har blitt beregnet slik:

$$\delta_t = \frac{DEPK_t}{K_t} \quad (25)$$

hvor  $DEPK$  er kapitaldepresiering i IBA-sektoren og  $K$  er beholdningen av fast kapital.  $\pi pk$ , endringsrate i investeringsprisen, er gitt ved

$$\pi pk_t = \frac{PI_t - PI_{t-1}}{PI_{t-1}} \quad (26)$$

$BPK$  ble benyttet i estimeringen av likning (22). Mer konkret er det faktorprisforholdet, dvs.  $\frac{W}{BPK}$ , eller  $w - bpk$  på logaritmisk form, som inngår i likningen (22). Som resultatene av ADF-testen i tabell 1 i avsnitt 3.5 viser, er faktorprisforholdet stasjonært når  $BPK$  blir brukt. Siden den andre variabelen i modellen,  $\frac{K}{L}$ , er ikke-stasjonær, og som det vil bli forklart nedenfor en kombinasjon av stasjonære og ikke-stasjonære variabler er ikke-stasjonær, kunne det ikke tas hensyn til resultatene av denne estimeringen.

En alternativ metode for å beregne kapitalprisen er den såkalte *faktorandelsmetoden*.<sup>24</sup> Under forutsetningen om perfekt konkurranse settes prisen på bruttoproduktet lik marginalkostnaden, slik at det blir null profitt. I dette tilfellet er den totale inntekten lik de totale kostnadene. Siden det finnes gode statistikker for lønnskostnadene, kan denne metoden benyttes for å beregne kapitaltjenestepreisen. Den totale inntekten er gitt ved:

$$P_y Y = WL + PK \quad (27)$$

hvor  $P_y$  er deflator for bruttoproduktet og  $P_k$  er den nominelle prisen på kapitaltjenester. Da får man

$$P_k = \frac{P_y Y - WL}{K} \quad (28)$$

Merk at

$$S_L = \frac{WL}{P_y Y}, \quad S_K = \frac{P_k K}{P_y Y} \quad (29)$$

er henholdsvis inntektsandelen til arbeid og inntektsandelen til kapital. Det er  $P_k$  som har blitt benyttet i den endelige estimeringen av modellen (22). Det må understrekes at om forutsetningen om perfekt konkurranse ikke stemmer overens med virkeligheten, slik at

---

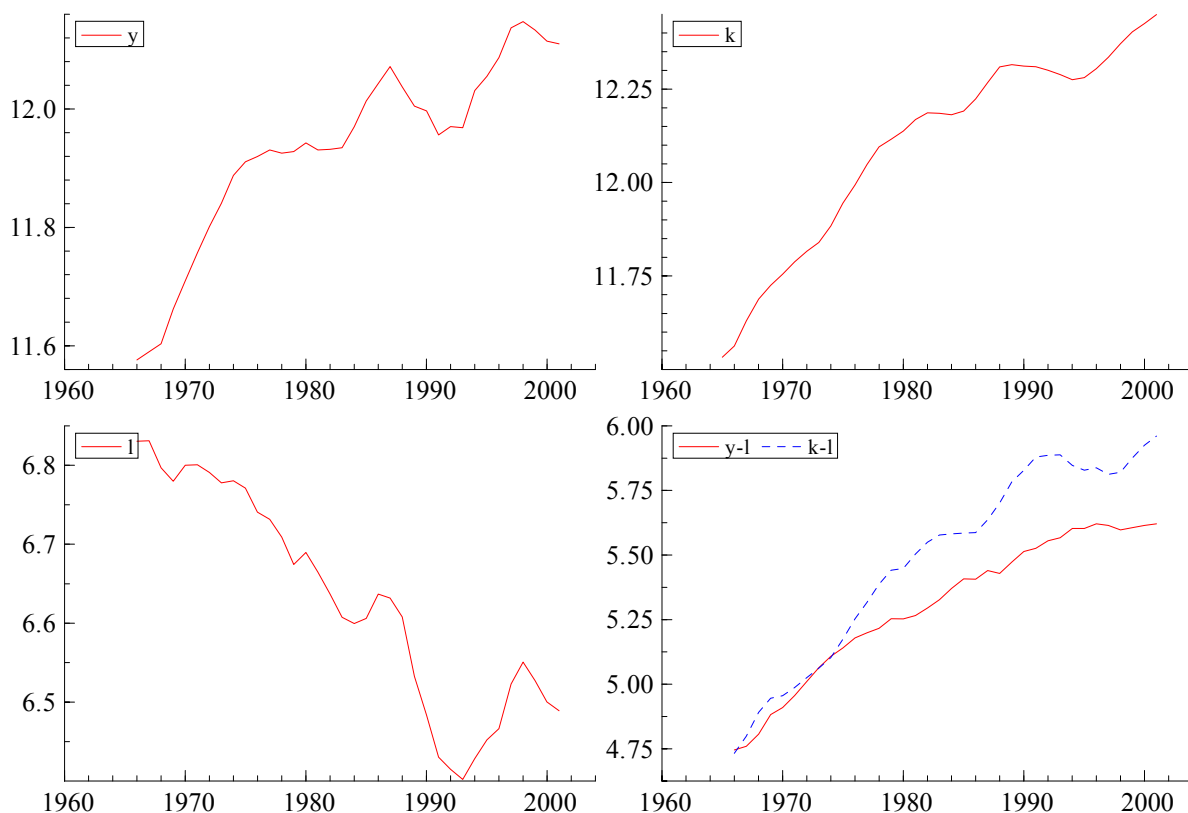
<sup>24</sup>Mer konkret finnes det to faktorandelsmetoder: Den ene er basert på *kostnadsandelen* til faktorene, og krever data på de totale kostnadene i sektoren. Siden denne informasjon ikke har vært tilgjengelig, benyttes her *inntektsandelsmetoden*. Faktorandelsmetoden blir ofte også benyttet for å estimere innsatsfaktorenes grenseelastisiteter i CD-tilfellet.

bedriftene i sektoren setter prisen  $P_y$  som en *mark-up* over marginalkostnaden og profitten er positiv, innebærer  $P_k$  fra (28) en overvurdering av prisen på kapitaltjenester.

### 3.3 Notasjon og definisjoner

Modellene for produktfunksjonen foreslått i kap. 2 er log-lineære, slik at alle variablene inngår i logaritmisk form. Her og i det følgende vil logaritmen til en variabel bli betegnet med små bokstaver, f. eks.  $x = \ln(X)$ . For å foreta den økonometriske analysen trenger man også den første differensen av variablene, dvs.  $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$ . Førstedifferensen av logaritmen til en variabel er tilnærmet dens relative vekstrate,<sup>25</sup> derfor vil  $\Delta x$  bli betegnet som vekstraten til  $X$ .

Figur 1: Logaritmen av bruttoprodukt ( $y$ ), kapital ( $k$ ), timeverk ( $l$ ) og arbeidsproduktivitet ( $y-l$ ) og kapital per timeverk ( $k-l$ )



<sup>25</sup>Se Hamilton (1994, s. 438) for et bevis.

Her presenteres en liste med alle variablene brukt i estimeringene. I figur 1 og figur 2 vises grafene til hovedvariablene i analysen og deres vekstrater. I tabell 14 og 15 (appendiks A) vises deres gjennomsnitt og korrelasjonskoeffisienter.

$Y$ : bruttoprodukt, lik bruttoproduksjonen minus vareinnsats, i faste priser. Målt i millioner norske kroner.  $\Delta y$  er vekstraten til bruttoprodukt.

$K$ : beholdning av fast kapital, i faste priser. Beregnet som  $K_t = K_{t-1} - DEPK_t + I_t$ , hvor  $DEPK$  er reell depresiering og  $I$  er bruttoinvesteringer. Målt i millioner norske kroner.  $\Delta k$  er vekstraten til kapitalbeholdningen.

$L$ : antall timeverk utført av både ansatte og selvstendige arbeidere. Inkluderer overtid og fravær grunnet f.eks. av sykdom, ferie eller permisjon.  $\Delta l$  er vekstraten til timeverk.

$P_y$ : deflator for bruttoprodukt.  $P_y=1$  i basisåret (1999).

$W$ : nominell lønnskostnad per timeverk.

$P_k$ : nominell brukerpris på kapital. Beregnet som i (28).

$y-l$ : logaritmen til bruttoprodukt per timeverk, eller arbeidsproduktiviteten.  $\Delta(y-l)$  er vekstraten til arbeidsproduktiviteten.

$k-l$ : logaritmen av kapital per timeverk.  $\Delta(k-l)$  er vekstraten til kapital per timeverk.

$w-p_y$ : logaritmen av den reelle arbeidsprisen.  $\Delta(w-p_y)$  er dens vekstrate.

$p_k-p_y$ : logaritmen av den reelle prisen på kapitaltjenester.  $\Delta(p_k-p_y)$  er dens vekstrate.

$labourshare$ : logaritmen av inntektsandel til arbeidsinnsats, dvs. logaritmen av  $S_L$  beregnet som i (29).

### 3.4 Stasjonære vs. ikke-stasjonære tidsserier

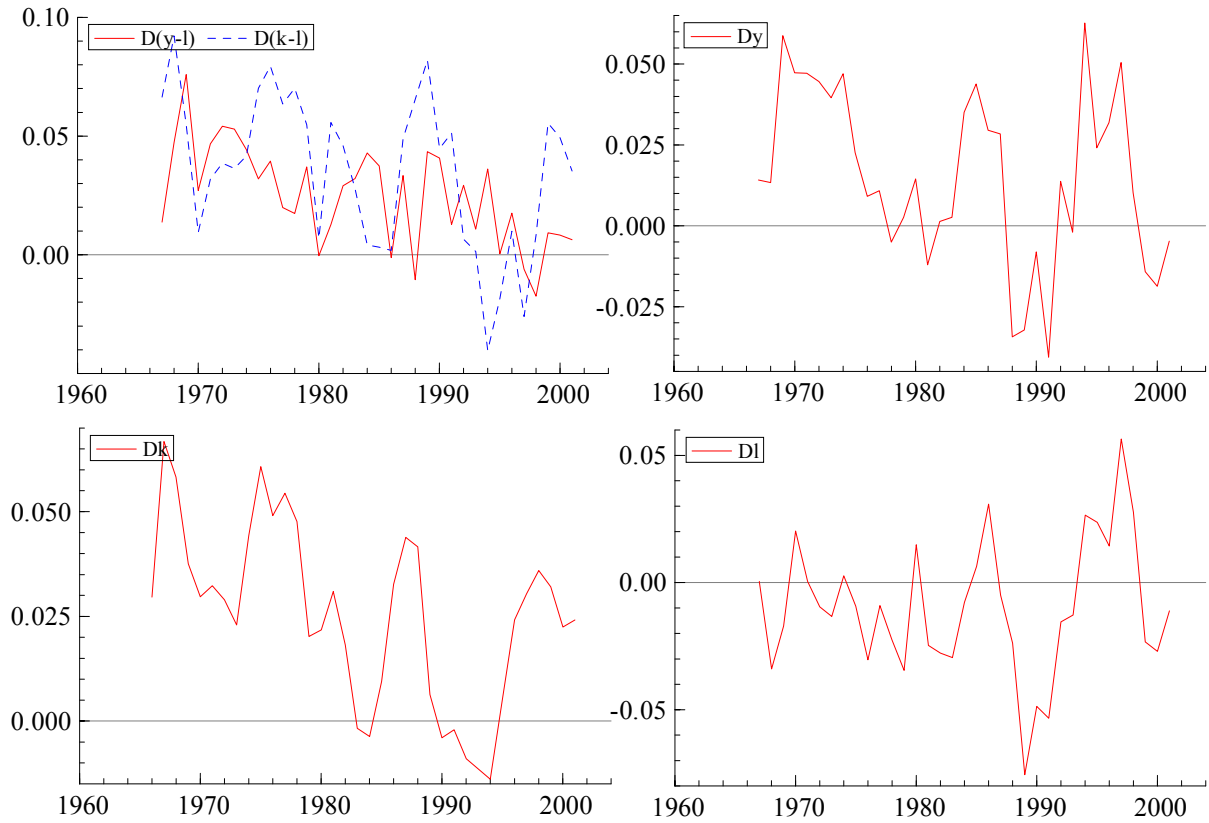
Som det fremgår i figur 1, viser seriene for f. eks. bruttoprodukt og kapitalbeholdning en tendens til kontinuerlig oppgang, et karakteristisk trekk som mange økonomiske variabler deler. Andre variabler ser imidlertid ut til å “stå stille”, som f. eks. vekstratene vist i figur 2. Dette illustrerer at det finnes to typer tidsserievariabler: *Stasjonære* og *ikke-stasjonære*. I det følgende vil det bli redegjort for de stokastiske prosesser som genererer disse to typene av tidsserievariabler.

En tidsserievariabel  $y_t$  sies å være *svakt stasjonær* eller *kovarians-stasjonær* om det følgende gjelder:<sup>26</sup>

---

<sup>26</sup>Se Hamilton (1994, kap.3) for forklaring av begrepet *streng stasjonaritet* og for en grundigere analyse av stasjonære prosesser.

Figur 2: Vekstratene til arbeidsproduktivitet og kapital per timeverk, til bruttoprodukt, til timeverk og til kapitalbeholdningen



$$E(y_t) = \mu \quad \forall t$$

$$E(y_t - \mu)(y_{t-j} - \mu) = \gamma_j \quad \forall t, \forall j$$

Forventningen til  $y_t$  er altså konstant og uavhengig av tiden, på samme måte som variansen, og kovariansen mellom  $y_t$  og  $y_{t-j}$  avhenger bare av avstanden mellom de to observasjonene, ikke av selve tidspunktet for observasjonen. For å illustrere begrepet på en enkel måte, kan man bruke en univariat  $AR(1)$ -prosess:

$$y_t = \rho y_{t-1} + u_t \quad (30)$$

hvor  $u_t$  er hvit-støy restleddet.<sup>27</sup>  $AR(1)$ -prosessen er en differenslikning av første orden.<sup>28</sup> Gitt  $y_0$  (initialverdien for  $y_t$ ) og ved suksessive innsetninger i (30) for  $t = 0, 1, \dots$ , får man løsningen:

$$y_t = \rho^t y_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \rho^j u_{t-j} \quad (31)$$

Når  $|\rho| < 1$ , går  $\rho^t \rightarrow 0$  når  $t \rightarrow \infty$ , slik at  $y_t$  i (31) blir bestemt av en  $MA(t)$ -prosess med konstant varians og forventning (lik 0 i dette tilfellet). (31) representerer da en stasjonær prosess. Når  $|\rho| = 1$ , blir  $y_t$  bestemt av dens initialverdi og av summen av alle sjokk fram til tidspunktet  $t$ . I dette tilfelle sies  $y_t$  å ha *uendelig* hukommelse, siden effekten av et sjokk på  $y_t$  er vedvarende. Variansen til  $y_t$  øker med sampelets størrelse (dvs. med  $t$ ), og den konvergerer ikke mot noen gjennomsnittsverdi.  $y_t$  er derfor *ikke-stasjonær* når  $|\rho| = 1$ , og man sier at  $y_t$  har én *enhetsrot*. Dette ses tydeligere når man omskriver (30) ved hjelp av *lag-operator*  $L$ .<sup>29</sup>

$$(1 - \rho L)y_t = u_t \quad (32)$$

$(1 - \rho L)$  kalles lag-polynomet. *Roten* til den karakteristiske likningen  $1 - \rho L = 0$ , er  $L = 1/\rho$ . Når denne roten er større enn én i absolutt verdi, dvs. når  $|\rho| < 1$ , er prosessen stasjonær. Når  $L = 1/\rho = 1$ , dvs. når  $|\rho| = 1$ , har prosessen én *enhetsrot* og er ikke-stasjonær. Merk at (32) i dette tilfellet blir

$$(1 - L)y_t = y_t - y_{t-1} = \Delta y_t = u_t \quad (33)$$

som viser at  $\Delta y_t$ , den første *differensen* av  $y_t$ , er stasjonær, siden  $u_t$  er et hvit-støy restledd.  $y_t$  betegnes som *integrert av orden 1*, eller  $I(1)$ , ettersom den trenger å bli differensiert én gang for å bli stasjonær. Generelt trenger en ikke-stasjonær variabel å bli differensiert like mange ganger som antallet enhetsrøtter i lag-polynomet for å bli stasjonær, derfor bestemmer antallet enhetsrøtter integrasjonsordenen. Således blir en stasjonær variabel kalt  $I(0)$ . Og i tilfellet med  $AR(p)$ -prosesser, ( $p > 1$ ), hvor lag-polynomet kan ha flere enhetsrøtter, kan en variabel være  $I(2)$ , opptil  $I(n)$ , ( $n \leq p$ ).<sup>30</sup>

---

<sup>27</sup>Merk at et hvit-støy restledd er en stasjonær variabel, siden den er karakterisert ved:

$$\begin{aligned} E(u_t) &= 0 & \forall t \\ E(u_t^2) &= \sigma_u^2 & \forall t \\ E(u_t u_{t-j}) &= 0 & \forall t \forall j \end{aligned}$$

<sup>28</sup>Se Sydsæter mfl. (2002, kap. 9) for en innføring i differenslikninger.

<sup>29</sup>Lag-operator fungerer slik:  $Ly_t = y_{t-1}$ ,  $L^2 y_t = y_{t-2}$  og, generelt,  $L^n y_t = y_{t-n}$ .

<sup>30</sup>Se Harris (1995, Box 2.2) for en nærmere fremstilling av  $AR(p)$ -prosesser.

Mange økonomiske variabler viser en tendens til kontinuerlig vekst, som f. eks. brutto-produktet. Man sier da at slike variabler har *trend*. Avhengig av hvilken type trend disse variablene inneholder, kan de bli stasjonære på to forskjellige måter:

Om det inkluderes et konstantledd i (30), samt  $\rho = 1$ , får man følgende ikke-stasjonære  $AR(1)$ -prosess:<sup>31</sup>

$$y_t = \beta + y_{t-1} + u_t \quad (34)$$

Løsningen på (34) er:

$$y_t = y_0 + \beta t + \sum_{j=1}^t u_j \quad (35)$$

som viser at  $y_t$  inneholder både en *deterministisk* trend,  $t$ , og en *stokastisk* trend gitt av summen av alle restledd fram til tidspunktet  $t$ . Likevel er den første differansen  $\Delta y_t$  stasjonær, siden  $\Delta y_t = \beta + u_t$ . Derfor blir  $y_t$  også betraktet som *differens-stasjonær*.

En annen formulering for en prosess med trend er følgende:

$$x_t = \alpha + \beta t + u_t \quad (36)$$

Her er  $x_t$  ikke stasjonær også, siden forventningen til  $x_t$  er en funksjon av  $t$ , selv om variansen er konstant. Ved å trekke trenden fra (36) får man

$$x_t^s = x_t - \beta t = \alpha + u_t \quad (37)$$

som er stasjonær. Variabler som bare inneholder en deterministisk trend (og ikke en stokastisk) kalles derfor *trend-stasjonære*.

Forskjellen mellom disse to stasjonaritetstypene er vesentlig: OLS-estimering av trend-stasjonære prosesser som (36) er konsistent og man kan bruke standard inferens, mens det samme ikke er tilfellet for differens-stasjonære prosesser, som følger ikke-standard fordelinger.<sup>32</sup>

### 3.5 Testing for enhetsrot

Siden standard inferens ikke gjelder for ikke-stasjonære prosesser, er det viktig å undersøke de underliggende dynamiske egenskapene av dataene når man skal modellere tidsserievari-

---

<sup>31</sup>Mer konkret, når  $y_t = \beta + y_{t-1} + u_t$ , kalles  $y_t$  en *random walk med drift*. Når  $y_t = y_{t-1} + u_t$ , kalles  $y_t$  en (*pure*) *random walk*.

<sup>32</sup>Se Hamilton (1994, kap. 16) for en detaljert beskrivelse av trend-stasjonære prosesser.

abler. Ikke bare er det relevant å teste om variablene er stasjonære eller ikke-stasjonære, det er også viktig å teste integrasjonsorden, eller hvor mange ganger en ikke-stasjonær variabel trenger å bli differensiert for å bli stasjonær. Grunnen er at en lineær kombinasjon av variabler integrerte av *samme* orden, kan være en variabel av en lavere integrasjonsorden om disse variablene kointegrerer, hvilket vil bli nærmere forklart i avsnitt 4.1.

Den mest anvendte testen for enhetsrot er *Augmented Dickey-Fuller* (ADF)-testen. Dette er en test for ikke-stasjonaritet siden null-hypotesen i denne testen er at det finnes én enhetsrot mot den alternative hypotesen at prosessen er stasjonær.

Utgangspunktet er at den (apriori ukjente) *data genererende prosessen* (DGP i det følgende) for  $y_t$  er en  $AR(p)$ -prosess:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \mu + \gamma t + u_t \quad (38)$$

som omskrives til

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \alpha_i \Delta y_{t-i} + \mu + \gamma t + u_t \quad (39)$$

der  $u_t$  er et hvit-støy restledd,  $\rho = \phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p - 1$ , og  $\alpha_i$  er passende funksjoner av  $\phi_i$ . Likningen (39) betegnes som *ADF-regresjonen*.<sup>33</sup> Null-hypotesen om én enhetsrot er  $H_0 : \rho = 0$ , mot alternativ-hypotesen om stasjonaritet,  $H_1 : \rho < 0$ .<sup>34</sup>  $t$ -observator for  $\hat{\rho}$ , følger en ikke-standard fordeling kalt *Dickey-Fuller (DF)-fordelingen*, vanligvis betegnet som  $\tau$ -fordelingen.

Flere aspekter ved denne ADF-modellen krever nærmere forklaring:

Lag-lengden  $(p - 1)$  i (39) bestemmes slik at den passer best mulig sammen med den *sanne* DGP til  $y_t$ . For lav  $(p - 1)$  i forhold til DGP vil føre til autokorrelerte restledd, modellen vil da være feilspesifisert og det kan resultere i forkastelse av  $H_0$  når den er sann, dvs. at det vil ødelegge nivået på testen. For høy  $(p - 1)$  vil innebære en overparametrisering av DGP, og siden unødvendig lag reduserer antallet observasjoner brukt i regresjonen, kan det føre til tap av test-styrke, dvs. økt sannsynlighet for å akseptere  $H_0$  når den er falsk.<sup>35</sup> Derfor må lag-lengden avgjøres ved testing: bl.a. ved  $t$ -tester knyttet til signifikansen

---

<sup>33</sup>Som navnet antyder, er ADF-testen en utvidelse av Dickey-Fuller (DF)-testen: DF-testen er basert på en  $AR(1)$ -modell. Om den *sanne* DGP-en er en  $AR$ -prosess av høyere orden, vil residualene fra DF-regresjonen presentere autokorrelasjon, noe som vil ugyldiggjøre test-resultatene, siden DF-testen er basert på antakelsen om hvit-støy restledd. Derfor er det tryggere å ta utgangspunkt for testing i en ADF-regresjon.

<sup>34</sup> $H_1$  begrenses til  $\rho < 0$ , i stedet for  $\rho \neq 0$ , fordi en prosess med  $\rho > 0$  ville vært eksplosiv og derfor ikke-stasjonær.

<sup>35</sup>Harris (1995, side 34).



av hver lag.

I (39) inkluderes deterministiske ledd som konstantledd og trend. Prinsippet er å forsikre seg om at modellen brukt for testing *nester* både DGP under  $H_0$  og under  $H_1$ . Av den grunn bør ADF-spesifikasjonen inkludere deterministiske ledd over det som tenkes å være tilfellet i DGP. Siden ADF-testen er en såkalt *similar* test, gir dette gyldig inferens uansett verdien av *nuisance* parametre som konstant og trend (Nymoen, 1999). Å inkludere deterministiske ledd som ikke stemmer med DGP, vil likevel føre til tap av test-styrke. ADF- $t$ -observatoren har ulike kritiske verdier avhengig av hvilke deterministiske ledd som er inkludert i regresjonen brukt for testingen, og disse kritiske verdiene øker i absolutt verdi etterhvert som flere deterministiske ledd blir inkludert, slik at det blir vanskeligere å forkaste  $H_0$  når man bruker modellen (39).<sup>36</sup>

Som sagt brukes ADF-modellen for å teste null-hypotesen at en variabel  $y_t$  har én enhetsrot. Når  $H_0$  aksepteres, kan man likevel ikke konkludere at  $y_t$  er  $I(1)$ .  $y_t$  kan ha flere enhetsrøtter og være integrert av høyere orden. Det er derfor nødvendig å anvende ADF-testen videre på  $\Delta y_t$ : om  $\Delta y_t$  er stasjonær, er  $y_t \sim I(1)$ ; om  $\Delta y_t$  er ikke-stasjonær, er  $y_t$  (minst)  $I(2)$ .

For å si det kortfattet er prosedyren for testing om ikke-stasjonaritet som vil bli brukt i denne oppgaven som følger:

Når variablene som skal testes presenterer en tydelig trend (som bruttoprodukt, kapital og timeverk),<sup>37</sup> kan det tenkes enten at de er ikke-stasjonære og inneholder en stokastisk trend (null-hypotesen), eller at de er trend-stasjonære og inneholder en deterministisk trend (alternativhypotesen). Da er utgangspunktet for testing modellen (39), som har konstantledd og trend, siden denne ADF-spesifikasjonen nester både  $H_0$  og  $H_1$ . DF- $t$ -observatoren for denne modellen betegnes som  $\tau_\tau$ .

Når variablene ikke ser ut til å ha trend, men har en gjennomsnittsverdi forskjellig fra null, bruker en følgende ADF-regresjon:

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \alpha_i \Delta y_{t-i} + \mu + u_t \quad (40)$$

Denne spesifikasjonen med konstant og uten trend nester derfor null-hypotesen om en random walk med initialverdi forskjellig fra null og alternativhypotesen om en stasjonær prosess med forventning forskjellig fra null. Den passende DF- $t$ -observator for ADF-modellen (40) betegnes som  $\tau_\mu$ . Denne modellen vil bli brukt for å teste om *differensen* til varia-

---

<sup>36</sup>Harris (1995, side 31).

<sup>37</sup>Se figur 1.

blene er ikke-stasjonær, siden det ser ut som om de har en gjennomsnittlig verdi forskjellig fra null.<sup>38</sup>

ADF-modellen uten deterministiske ledd

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \alpha_i \Delta y_{t-i} + u_t \quad (41)$$

vil bare bli brukt når forventingen til variabelen er lik null, hvilket er tilfellet for estimerte residualer. DF- $t$ -observator for modellen (41) betegnes som  $\tau$ .

Alle testene er gjennomført i *PcGive* og de passende kritiske verdier er gitt i programmet. Lag-lengden har blitt bestemt ved å ta hensyn til  $t$ -observator for hver lag, *Akaike Information Criterion* (AIC) og  $F$ -testene for signifikans av samtlige lag.<sup>39</sup> I hver ADF-regresjon har det blitt benyttet så mange observasjoner som mulig i forhold til lag-lengde, derfor har antallet observasjoner variert i henhold til variablene. En asterisk betyr forkastelse av  $H_0$  på 5% signifikansnivå, og to asterisker forkastelse på 1% signifikansnivå.

Tabell 1: ADF-tester av log av variablene

Variabel	Lag-lengde	$\tau_\mu$ -observator	$\tau_\tau$ -observator
$y$	1	—	−3.043
$k$	2	—	−2.129
$l$	1	—	−2.714
$y - l$	0	—	−1.601
$k - l$	1	—	−1.795
$k - y$	1	−1.563	−2.962
$w - p_y$	0	—	−1.635
$w - p_k$	0	−1.474	−1.993
$p_k - p_y$	0	−2.195	−2.281
$w - bpk$	0	−5.004**	−4.848**
$bpk - p_y$	0	−3.174*	−4.012*
$labourshare$	0	−2.61	—

I tabell 1 presenteres resultatene av ADF-testene på logaritmen av variablene som inngår i modellene for produktfunksjonen foreslått i kap. 2. Variablene som ikke presenterer en tydelig trend har blitt testet ved å bruke både modellen (39) og (40), og derfor vises begge resultatene.  $H_0$  aksepteres i nesten alle tilfeller, noe som betyr at bortsett fra

<sup>38</sup>Se figur 2.

<sup>39</sup>I *PcGive* beregnes de passende kritiske verdier til ADF-testene ved å bruke MacKinnons *response surfaces*.  $t$ -, AIC- og  $F$ -testene er alle standard output i *PcGive*. Se Hendry og Doornik (2001, kap. 16 og 17).

$w - bpk$  og  $bpk - p_y$  er variablene ikke-stasjonære. For å fastslå at de er  $I(1)$ , må den første differensen til alle variablene, dvs. vekstratene, også bli testet.

Tabell 2: ADF-tester av vekstratene til variablene

Variabel	Lag-lengde	$\tau_\mu$ -observator
$\Delta y$	0	-3.077*
$\Delta k$	1	-3.245*
$\Delta l$	0	-3.287*
$\Delta(y - l)$	0	-4.081**
$\Delta(k - l)$	0	-2.812
$\Delta(k - y)$	0	-3.339*
$\Delta(w - p_y)$	0	-5.63**
$\Delta(w - p_k)$	0	-5.128**
$\Delta(p_k - p_y)$	0	-4.974**
$\Delta labourshare$	1	-5.392**

I tabell 2 vises resultatene av å teste vekstratene ved å benytte modellen (40). Nullhypotesen om én enhetsrot blir forkastet i alle tilfeller bortsett fra  $\Delta(k - l)$ . Det må understrekes at kapital viste en stor følsomhet overfor sampelets størrelse, slik at  $H_0$  ikke kunne forkastes for  $\Delta k$  da ADF-regresjonen ble kjørt med én observasjon mindre. At kapitalen kan være  $I(2)$  er noe som allerede har blitt diskutert i litteraturen. Ved øyeinspeksjon ville en  $I(2)$ -variabel se jevnere ut, ifølge Patterson (2000, s. 270). Når man ser på grafen til  $k$  i figur 1, ser den ikke spesielt annerledes ut enn grafen til bruttoprodukt eller timeverk; med årsdata blir likevel mulige forskjeller i dynamikken noe utvisket. Det kan i hvert fall være en mulig forklaring på at  $k - l$ , altså kapital per timeverk, opptrer som  $I(2)$  ifølge testresultatet. En annen forklaring kunne være at det finnes et strukturelt brudd i tidsserien for  $k - l$ : Det har blitt vist av Perron (1989) at en ADF-test har lavere styrke (ikke forkaster  $H_0$  når den er falsk) når den anvendes på en trend-stasjonær variabel som har fått et vedvarende skift i trenden. Igjen, ved å se på grafen til  $k - l$  i figur 1, blir det vanskelig å påstå at serien har vært utsatt for ett eller flere brudd. Samtidig er sampelet brukt ved ADF-testing relativt lite, med maks. 34 observasjoner, og det har blitt vist at for små sampler viser ADF-testen lav styrke når alternativhypotesen er veldig nær 1, dvs. når  $\rho$  er veldig nær 0.<sup>40</sup> Det er denne forklaringen som foretrekkes her. Derfor vil alle variablene blir betraktet som  $I(1)$  videre i analysen.

<sup>40</sup>Se Harris (1995, kap. 3) og Patterson (2000, avs. 6.3.4).

## 4 Empirisk analyse av produksjonen

### 4.1 Empirisk analyse av ikke-stasjonære tidsserier

I regresjonsanalyse med ikke-stasjonære variabler oppstår risiko for *spuriøs* regresjon, dvs. å finne en signifikant korrelasjon mellom uavhengige ikke-stasjonære variabler fordi de har felles trend, selv om ingen kausal relasjon finnes mellom disse variablene. I tillegg har  $t$ -observator en ikke-standard fordeling, så inferens ved bruk av standard kritiske verdier kan være sterkt misvisende. Sannsynligheten for feilaktig å akseptere null-hypotesen om en signifikant sammenheng mellom ikke-stasjonære variabler øker faktisk med sampelets størrelse, som har blitt vist i forskjellige Monte Carlo-studier. Løsningen på disse problemene består i å finne en reparametrisering av regresjonen slik at interesseparameterne kan uttrykkes som koeffisienter til stasjonære variabler. Siden bruttoprodukt, kapitalbeholdning og timeverk synes å være integrerte av orden 1,  $I(1)$ , som indikert ved ADF-testene i avsnitt 3.5, er en mulighet å estimere en regresjon av den første differansen av variablene. En slik regresjon vil imidlertid bare fange opp forholdet mellom variablene på kort sikt og utelate en mulig langsiktig likevekt mellom dem. I økonomisk teori er man ofte interessert i å analysere likevektsrelasjoner mellom to eller flere økonomiske variabler, der likevekten er et stasjonært punkt som det økonomiske (del)systemet vil konvergere mot på lang sikt og vende tilbake til etter mulige forstyrrelser. Begrepet *kointegrasjon* mellom ikke-stasjonære, integrerte variabler er sterkt knyttet til begrepet langsiktig likevekt. Engle og Granger (1987) gir følgende definisjon av kointegrasjon:<sup>41</sup>

“Komponentene av vektoren  $\mathbf{x}_t$  sies å være *kointegrerte av orden  $d$ ,  $b$* , betegnet  $\mathbf{x}_t \sim CI(d, b)$ , om (i) alle komponenter i  $\mathbf{x}_t$  er  $I(d)$ ; (ii) det finnes en vektor  $\boldsymbol{\alpha} (\neq 0)$  slik at  $z_t = \boldsymbol{\alpha}'\mathbf{x}_t \sim I(d - b)$ ,  $b > 0$ . Vektoren  $\boldsymbol{\alpha}$  kalles *den kointegrerende vektoren*”.

I tilfellet med  $I(1)$ -variabler, selv om en lineær kombinasjon av  $I(1)$ -variabler generelt også er  $I(1)$ , kan det finnes en kointegrerende vektor  $\boldsymbol{\alpha}$  som gjør at  $\boldsymbol{\alpha}'\mathbf{x}_t = z_t \sim I(0)$ , dvs. stasjonær.<sup>42</sup> Når  $z_t = 0$ , er variablene i  $\mathbf{x}_t$  i likevekt; når  $z_t \neq 0$ , måler  $z_t$  likevektsfeilen, eller avviket fra likevekten  $\boldsymbol{\alpha}'\mathbf{x}_t$  tenderer mot. Dette medfører at en meningsfull regresjonsanalyse med  $I(1)$ -variabler er mulig om det kan bekreftes at disse variablene er  $CI(1, 1)$ . Det første trinnet i modelleringen bør derfor være å teste for kointegrasjon, hvilket tilsvarer å undersøke egenskapene til  $z_t$ . For  $y_t \sim I(1)$  og skalar, og den  $n$ -

---

<sup>41</sup>Min oversettelse.

<sup>42</sup>Mer presist: For en  $n$ -dimensjonal vektor  $\mathbf{x}_t$ , kan det finnes opptil  $n - 1$  lineært uavhengige kointegrerende vektorer  $\boldsymbol{\alpha}_i$ ,  $i = 1, \dots, n - 1$ .

dimensjonelle vektor  $\mathbf{x}_t \sim I(1)$ , kan det skrives

$$y_t = \boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}_t + z_t \quad (42)$$

Om  $z_t \sim I(1)$ , er (42) en spuriøs relasjon; om  $z_t \sim I(0)$ , er (42) en kointegrerende relasjon.<sup>43</sup> I så fall er den kointegrerende vektor  $\boldsymbol{\alpha}' = (1, -\boldsymbol{\beta}')$ . Denne vektoren er likevel ikke unik, i den forstand at om  $\boldsymbol{\alpha}'(y_t, \mathbf{x}_t)' = z_t \sim I(0)$ , så er også  $\lambda \boldsymbol{\alpha}'(y_t, \mathbf{x}_t)' = \lambda z_t \sim I(0)$ , hvor  $\lambda$  er en skalar. De relative vektene mellom de kointegrerende variabler er derimot unike.<sup>44</sup> At koeffisienten foran  $y_t$  er satt lik 1 kalles en *normalisering* av den kointegrerende vektoren, og er som oftest begrunnet i den økonomiske tolkningen av likevektsrelasjonen, selv om alle variabler i en kointegrerende relasjon har i utgangspunktet samme status.

Engle og Granger (1987) foreslår en to-trinns prosedyre for å teste om det finnes kointegrasjon og for å estimere den kointegrerende vektoren. Det første trinnet består i å estimere (42) ved VMKM:

$$y_t = \widehat{\boldsymbol{\beta}}' \mathbf{x}_t + \widehat{z}_t \quad (43)$$

Denne regresjonen omtales også som *statistisk regresjon*, siden det ikke tas hensyn til dynamikk på kort sikt. VMK-estimator  $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$  er *superkonsistent*, dvs. at dens sannsynlighetsgrense er lik  $\boldsymbol{\beta}$  og at konvergenshastigheten er større enn i tilfellet med stasjonære variabler.<sup>45</sup> De estimerte residualene  $\widehat{z}_t$  fra (43) brukes i en *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) regresjon

$$\Delta \widehat{z}_t = \gamma \widehat{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta \widehat{z}_{t-i} + u_t \quad (44)$$

hvor null-hypotesen er  $H_0 : \gamma = 0$ , som innebærer  $z_t \sim I(1)$ , og den alternative hypotesen er  $H_1 : \gamma < 0$ , dvs.  $z_t \sim I(0)$ . Forkastelse av  $H_0$  betyr at (42) er en kointegrerende relasjon, og derfor blir denne testen betegnet som en test for ikke-kointegrasjon. Siden det er de estimerte residualene som blir brukt i ADF-regresjonen, følger Dickey-Fuller (DF) testobservatoren en ikke-standard DF-fordeling. MacKinnon oppgir *response surfaces* som brukes i dette tilfellet for å beregne de passende kritiske verdier.<sup>46</sup>

Etter å ha funnet evidens for kointegrasjon og estimert den statiske likevekten, gjenstår det å modellere dynamikken mellom de kointegrerende variablene på kort sikt og mulige

---

<sup>43</sup>Patterson (2000, s. 330).

<sup>44</sup>Patterson (2000, s. 329).

<sup>45</sup>En estimator  $\widehat{\beta}(T)$  av  $\beta$  er *konsistent* om  $p \lim \widehat{\beta}(T) = \beta$  når  $T \rightarrow \infty$ , hvor  $T$  er sampelets størrelse. Dvs. at dens sannsynlighetsgrense er lik den ukjente koeffisienten som estimeres. For stasjonære variabler er *konvergenshastigheten*  $O_p(T^{-0.5})$ . En estimator  $\widehat{\beta}(T)$  er *superkonsistent* når konvergenshastigheten er  $O_p(T^{-1})$ . Se Patterson (2000, avs. 4.4.2) for en grundigere forklaring.

<sup>46</sup>Se Patterson (2000, avs. 8.4.3) eller Harris (1995, s. 53-55).

justeringsmekanismer til ulikevekt. Trinn to i Engle og Granger prosedyren består i å estimere en likevektkorrigeringsmodell, EqCM fra engelsk *Equilibrium-Correction Model*. En EqCM er en reparametrisering av en autoregressiv lag-fordelt (ADL, fra engelsk *Autoregressive-Distributed Lag*) modell som

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \beta'_0 \mathbf{x}_t + \beta'_1 \mathbf{x}_{t-1} + u_t \quad (45)$$

hvor  $u_t$  er hvit støy, og hvor en konstant og flere lag kunne bli inkludert for å fange en mer komplisert dynamikk. Ved å trekke  $y_{t-1}$  fra begge sider av likhetstegnet i (45) og ved å både legge på og trekke fra  $\beta'_0 \mathbf{x}_{t-1}$ , får man følgende EqCM

$$\Delta y_t = \beta'_0 \Delta \mathbf{x}_t + (\alpha - 1) \left[ y_{t-1} + \frac{1}{\alpha - 1} (\beta_0 + \beta_1)' \mathbf{x}_{t-1} \right] + u_t \quad (46)$$

hvor  $\frac{1}{\alpha - 1} (\beta'_0 + \beta'_1) = -\beta$  i (42), slik at EqCM kan skrives

$$\Delta y_t = \beta'_0 \Delta \mathbf{x}_t + (\alpha - 1) z_{t-1} + u_t \quad (47)$$

Dette tillater estimering av de øvrige parameterne ved VMK gitt at det finnes kointegrasjon og gitt at en har estimert  $\hat{z}_{t-1}$ .  $\hat{\beta}_0$  gir oss et estimat på virkningen på kort sikt av en endring i  $\mathbf{x}_t$ , og  $(\hat{\alpha} - 1)$  et estimat på *justeringshastigheten* i forhold til lagget ulikevekt.  $(\alpha - 1) < 0$  for dynamisk stabilitet. Likningen (47) sies å være *balansert* i sine dynamiske egenskaper, siden alle variabler på venstre og høyre side er  $I(0)$ . Grangers representasjonsteorem (Engle og Granger, 1987) viser at om  $(y_t, \mathbf{x}_t)' \sim CI(1, 1)$ , må det finnes en EqCM, og omvendt, en EqCM genererer kointegrerte serier. Og som Harris (1995) understreker, dette gjør en EqCM immun mot spuriøs regresjon, gitt at variablene på nivåform kointegrerer.

Denne prosedyren for å teste om det finnes kointegrasjon og for å estimere den kointegrerende vektoren er likevel ikke uten svakheter: i) selv om  $\hat{\beta}$  i (43) er superkonsistent, kan den være forventningsskjev for endelige sampler; ii) ADF testen for ikke-kointegrasjon innebærer en *felles faktor*-restriksjon som ikke nødvendigvis er forenlig med den underliggende *data genererende prosessen* (DGP), som forklart av Kremers mfl. (1992). Siden  $z_t = y_t - \beta' \mathbf{x}_t$  fra (42), kan ADF regresjonen (44) omskrives til en EqCM:

$$\Delta (y_t - \beta' \mathbf{x}_t) = \gamma (y_{t-1} - \beta' \mathbf{x}_{t-1}) + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta (y_{t-i} - \beta' \mathbf{x}_{t-i}) + u_t \quad (48)$$

eller

$$\Delta y_t = \beta' \Delta \mathbf{x}_t + \gamma (y_{t-1} - \beta' \mathbf{x}_{t-1}) + u_t \quad (49)$$

hvor lag i  $\Delta z_t$  har blitt utelatt for å forenkle framstillingen. (49) er ikke den EqCM uten restriksjoner som i (46). For at (49) skal sammenfalle med (46), er det nødvendig å pålegge  $\beta_1 = -\alpha\beta_0$ , slik at (45) har den felles faktoren

$$(1 - \alpha L) y_t = \beta_0 (1 - \alpha L) \mathbf{x}_t + u_t \quad (50)$$

hvor  $L$  er en *lag-operator*. Denne felles faktor restriksjonen pålegger at endringer i  $\mathbf{x}_t$  har samme virkning på kort og lang sikt. Om denne restriksjonen ikke stemmer med DGP, har ADF- (eller DF-) testen for ikke-kointegrasjon basert på residualene fra regresjonen (43) lavere styrke enn en test basert i EqCM uten restriksjoner (46).<sup>47</sup> Kremers mfl. (1992) foreslår derfor en alternativ test for ikke-kointegrasjon hvor null-hypotesen om ikke-kointegrasjon er  $H_0 : \alpha = 1$  (eller  $H_0 : (\alpha - 1) = 0$ ) og  $H_1 : \alpha < 1$  (eller  $H_1 : (\alpha - 1) < 0$ ) i (46). Det har blitt vist at fordelingen av  $t$ -observator under  $H_0$  er nærmere en DF-fordeling enn en normal fordeling, og under  $H_1$  er  $t$ -verdien asymptotisk normalt fordelt.<sup>48</sup> Om høyresidevariablene  $\mathbf{x}_t$ , dvs. de variablene det betinges mhp., ikke er svakt eksogene, kan denne testen miste styrken når det gjelder å oppdage kointegrasjon, og en multivariat tilnærming blir nødvendig. Regresjonen som vil bli benyttet i denne oppgaven når det forutsettes at bare én kointegrerende vektor finnes og at  $\mathbf{x}_t$  er svakt eksogene, er følgende EqCM:

$$\Delta y_t = \beta_0' \Delta \mathbf{x}_t + (\alpha - 1) y_{t-1} + (\beta_0 + \beta_1)' \mathbf{x}_{t-1} + u_t \quad (51)$$

hvor flere laggede  $\Delta y_{t-i}$ ,  $\Delta \mathbf{x}_{t-i}$ , med  $i = 1, \dots, p$ , kan inkluderes for å fange opp en mer komplisert dynamikk og for å unngå autokorrelerte restledd. Et estimat på  $\beta$  oppnås ved  $\hat{\beta} = -\frac{(\beta_0 + \beta_1)}{(\alpha - 1)}$ . (51) er en balansert regresjon, siden begge sider av likhetstegn er  $I(0)$  gitt at  $(y_t, \mathbf{x}_t)' \sim CI(1, 1)$ , og estimeres ved VMK-metode. Null-hypotesen om fravær av kointegrasjon  $H_0 : (\alpha - 1) = 0$  vil bli testet i denne oppgaven ved å bruke kritiske verdier fra MacKinnons response-surfaces.

## 4.2 Systemkointegrasjonsanalyse

Det ble nevnt i forrige avsnitt at i tilfellet med  $n > 2$  variabler kan det finnes inntil  $n - 1$  lineært uavhengige kointegrerende vektorer. Det er mulig at flere likevektsrelasjo-

---

<sup>47</sup>Evnen til en testprosedyre til å forkaste  $H_0$  når  $H_0$  ikke er riktig kalles dens *styrke*. En test prosedyre sies å ha *lav styrke* når den forkaster for sjelden  $H_0$  når  $H_0$  er falsk. Patterson (2000, avs. 4.10.3).

<sup>48</sup>Harris (1995, s. 60).

ner bestemmer den felles utviklingen av variablene. Å estimere én-liknings modell under forutsetning om én kointegrerende vektor når det ikke er tilfellet, er ineffisient, i den forstand at det bare er en lineær kombinasjon av de (inntil  $n - 1$ ) eksisterende kointegrerende vektorer som kan oppnås. Selv i tilfellet med én kointegrerende vektor kan estimering av en én-liknings (og dermed betinget) modell være ineffisient om ikke alle høyresidevariablene er svakt eksogene. Derfor er det nyttig å tillate alle variablene å være endogene i en multivariat modell og deretter undersøke hvor mange kointegrerende sammenhenger som finnes og hvilke variabler det er riktig å betrakte som svakt eksogene.

I likhet med én-likningstilnærming, hvor en EqCM ble utledet av en ADL-modell, er utgangspunktet for multivariat-analysen en *vektor autoregressiv* (VAR) modell:<sup>49</sup>

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{A}_1 \mathbf{z}_{t-1} + \dots + \mathbf{A}_k \mathbf{z}_{t-k} + \mathbf{\Phi} \mathbf{q}_t + \mathbf{u}_t \quad \mathbf{u}_t \sim IN(\mathbf{0}, \mathbf{\Sigma}), \quad (52)$$

hvor  $\mathbf{z}_t = (y_t, \mathbf{x}_t)'$  er en  $n \times 1$  vektor av endogene variabler i tidspunkt  $t$ ,  $\mathbf{q}_t$  er en  $q \times 1$  vektor av deterministiske variabler som *konstant*, *trend* og *dummier*, og hvor  $\mathbf{u}_t$  er vektoren av hvit støy restledd. VAR-modellen (52) er *lukket*, siden den har like mange likninger som endogene variabler, og den har *redusert form*, siden ingen endogen variabel inngår som høyresidevariabel i tidspunktet  $t$ . En reparametrisering av (52) som beholder disse egenskapene, er en *vektor likevektskorrigeringsmodell* (VEqCM, fra engelsk *Vector Equilibrium-Correction Model*):

$$\Delta \mathbf{z}_t = \mathbf{\Pi} \mathbf{z}_{t-1} + \mathbf{\Gamma}_1 \Delta \mathbf{z}_{t-1} + \dots + \mathbf{\Gamma}_{k-1} \Delta \mathbf{z}_{t-k+1} + \mathbf{\Phi} \mathbf{q}_t + \mathbf{u}_t, \quad (53)$$

der  $\mathbf{\Gamma}_i = -\mathbf{I} + \mathbf{A}_1 + \dots + \mathbf{A}_i$ ,  $i = 1, \dots, k - 1$ , og  $\mathbf{\Pi} = -\mathbf{I} + \mathbf{A}_1 + \dots + \mathbf{A}_k$ . Matrisen  $\mathbf{\Pi}$  inneholder informasjon om langsiktige likevektsrelasjoner og viser hvordan vektoren av variablene i nivåer,  $\mathbf{z}_t$ , påvirker systemet. Når  $\mathbf{z}_t$  er en vektor av ikke-stasjonære  $I(1)$ -variabler, følger det at  $\Delta \mathbf{z}_{t-i} \sim I(0)$ , slik at  $\mathbf{\Pi} \mathbf{z}_{t-1}$  også må være stasjonær for at systemet skal være balansert og for at  $\mathbf{u}_t \sim I(0)$ . Modellen (53) kan være balansert i tre tilfeller:  $\mathbf{\Pi}$  er null-matrisen, *rangen* til  $\mathbf{\Pi}$  er derfor lik null ( $r = 0$ ), og det betyr at det ikke finnes noen kointegrerende relasjon mellom variablene i  $\mathbf{z}_t$ , altså er  $\mathbf{z}_t \sim I(1)$ ;  $\mathbf{\Pi} \mathbf{z}_{t-1}$  kan være  $I(0)$  fordi variablene i  $\mathbf{z}_t$  er egentlig  $I(0)$ , og  $\mathbf{\Pi}$  har full rang, dvs.  $r = n$ ; til slutt kan det finnes inntil  $n - 1$  kointegrerende sammenhenger mellom de  $I(1)$ -variablene i  $\mathbf{z}_t$ , slik at  $\mathbf{\Pi} \mathbf{z}_t \sim I(0)$  og  $\mathbf{\Pi}$  har redusert rang, gitt ved  $r = p$ ,  $p < n$ . I dette tilfellet kan matrisen

---

<sup>49</sup>Forklaring basert på Doornik og Hendry (2001, kap. 12), Harris (1995, kap. 5) og Patterson (2000, kap. 14).



$\Pi$  faktoriseres på følgende måte:  $\Pi = \alpha\beta'$ . VEqCM kan da skrives:

$$\Delta \mathbf{z}_t = \alpha\beta'\mathbf{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{z}_{t-i} + \Phi \mathbf{q}_t + \mathbf{u}_t, \quad (54)$$

der  $\alpha$  er  $(n \times p)$ -matrisen med likevektsjusteringskoeffisienter og  $\beta$  er  $(n \times p)$ -matrisen med langsiktskoeffisienter.  $\beta'\mathbf{z}_{t-1}$  inneholder da inntil  $n - 1$  kointegrerende  $I(0)$  vektorer. Å teste for kointegrasjon i en multivariat analyse tilsvarer derfor å teste om  $\Pi$  har redusert rang, dvs. om  $0 < p < n$ . For å finne estimater på rangen til  $\Pi$ ,  $\alpha$  og  $\beta$ , må man bruke *Johansens sannsynlighetsmaksimeringsmetode*.<sup>50</sup> Kortfattet innebærer Johansens metode redusert-rang regresjoner av (53) *uten restriksjoner*, altså uten å pålegge noen kointegrasjonsrang, for å estimere de  $n$  egenverdiene  $\hat{\lambda}_1 > \hat{\lambda}_2 > \dots > \hat{\lambda}_n$  og deres tilhørende egenvektorer  $\hat{\mathbf{v}}_1, \hat{\mathbf{v}}_2, \dots, \hat{\mathbf{v}}_n$ . De  $p$  egenvektorene som danner kointegrasjonsrelasjonene, og som derfor kan betegnes  $\hat{\beta} = (\hat{\mathbf{v}}_1, \dots, \hat{\mathbf{v}}_p)$ , er de som gjør at de lineære kombinasjonene  $\hat{\mathbf{v}}_i'\mathbf{z}_i$  ( $i = 1, \dots, p$ ) er sterkest korrelerte med de stasjonære  $\Delta \mathbf{z}_t$ -leddene i modellen (53), siden sterk korrelasjon innebærer at  $\hat{\mathbf{v}}_i'\mathbf{z}_i$ , eller  $\hat{\beta}_i'\mathbf{z}_i$ , også er  $I(0)$ . Størrelsen på egenvektorene  $\hat{\lambda}_i$  ( $i = 1, \dots, p$ ) er et mål på korrelasjonen mellom  $\hat{\beta}_i'\mathbf{z}_i$  og de stasjonære leddene. Det er derfor egenvektorene knyttet til de  $p$  største egenverdiene som danner kointegrasjonsrommet. I teorien vil egenvektorene til den ikke-stasjonære delen av modellen ha tilhørende egenverdier  $\hat{\lambda}_i = 0$  ( $i = p + 1, \dots, n$ ). Null-hypotesen om at det finnes maks.  $p$  kointegrerende vektorer kan derfor formuleres  $H_0 : \lambda_i = 0, i = p + 1, \dots, n$ . En av de mest anvendte testene for null-hypotesen om at det i høyden finnes  $p$  ( $0 \leq p < n$ ) kointegrerende vektorer, og dermed  $n - p$  enhetsrøtter, er *trase-testen*:

$$\eta_p = -T \sum_{i=p+1}^n \log(1 - \hat{\lambda}_i), \quad p = 0, 1, 2, \dots, n - 1, \quad (55)$$

der  $T$  er sampeletstørrelsen. Null-hypotesen er  $H_0 : rang \leq p + 1$  mot alternativhypotesen  $H_1 : rang > p + 1$ . Trase-testen brukes sekvensielt, dvs. at det beregnes  $\eta_0, \eta_1, \dots, \eta_{n-1}$ . Antallet kointegrerende vektorer velges lik  $p + 1$  om den siste signifikante testen er  $\eta_p$ , eller null om  $\eta_0$  er ikke signifikant.  $\eta_p$ -observatoren følger en ikke-standard fordeling. De passende kritiske verdier er oppgitt i flere kilder. Siden all estimeringen i denne oppgaven blir gjennomført i *PcGive*, brukes de kritiske verdiene gitt i programmet.<sup>51</sup>

Et alternativ til trase-testen er *maks-egenverdi-testen*. Null-hypotesen er den samme som i trase-testen, men alternativ-hypotesen her er  $H_1 : rang = p + 1$ . Testen formuleres

---

<sup>50</sup>Se Johansen (1991).

<sup>51</sup>Doornik og Hendry (2001), side 175.

slik:

$$\xi_p = -T \log(1 - \hat{\lambda}_{p+1}). \quad (56)$$

$\xi_p$  følger heller ikke en standard fordeling.

Gitt at det har blitt funnet støtte for kointegrasjon, og etter å ha fastsatt antall kointegrerende vektorer, reestimeres VEqCM-modellen (54) med pålagt kointegrasjonsrang lik  $p$ . Siden  $\beta' \mathbf{z}_{t-1} \sim I(0)$ , er hele systemet på  $I(0)$  form, og standard inferens gjelder. Da kan  $\chi^2$ -fordelte *likelihood-ratio* (LR)-tester benyttes for å teste lineære restriksjoner (vanligvis betegnet som *identifiserende* restriksjoner) på  $\beta$ . (54) representerer også et hensiktsmessig utgangspunkt for testing av svak eksogenitet. Å teste om en variabel  $z_{it}$  i  $\mathbf{z}_t$ -vektoren er svakt eksogen, tilsvarer å teste om dens tilhørende rad  $\alpha_i$  i matrisen  $\alpha$  er lik null.  $\alpha_i = 0$  innebærer at likningen for  $\Delta z_{it}$  ikke inneholder informasjon om langsiktlikevektene, gitt ved de kointegrerende vektorene. Lineære restriksjoner på  $\alpha$ , testes ved å benytte  $\chi^2$ -fordelte LR-tester, som i  $\beta$  tilfellet.

### 4.3 Resultatene

I estimeringen av de empiriske modellene for produktfunsjonen blir det i denne oppgaven benyttet en *general-to-specific* modelleringsstrategi.<sup>52</sup> Det vil si at startpunktet er en *general unrestricted model*, hvor variablene vurdert relevante for modellen blir inkludert med en generøs lag-lengde for å oppnå hvit-støy restledd og derfor gyldig inferens ved bruk av vanlige  $t$ - og  $F$ -observatorer (i det minste ved hypotesetesting der stasjonære variabler er involvert). Deretter blir modellene forenklet ved å fjerne lag eller variabler som ikke er signifikante etter å ha testet gyldigheten av restriksjonene, til en *endelig modell* antas å være funnet. All testingen er utført ved hjelp av *PcGive 10.1*. Det henvises til Hendry og Doornik (2001) og til Doornik og Hendry (2001) for en detaljert beskrivelse av de forskjellige test-observatorene og deres tilhørende kritiske verdier.

Som forklart i avsnitt 4.1 har testen for kointegrasjon høyere styrke når den blir foretatt på likevektskorrigeringskoeffisienten i en EqCM. Utgangspunktet for alle modellene beskrevet nedenfor blir derfor en *General Unrestricted EqCM* (GUEqCM heretter) med to lag i alle variabler.<sup>53</sup> Det må understrekes at disse modellene er *betingede modeller*, noe som innebærer den implisitte forutsetningen om at høyresidevariablene er svakt ek-

---

<sup>52</sup>Se Hendry (2001, kap.15).

<sup>53</sup>Siden det er et sampel av årlige observasjoner som benyttes i estimeringen, blir det betraktet som tilstrekkelig med lag-lengde lik 2. I alle modellene blir det i tillegg testet at residualene ikke avviker fra hvit-støy-hypotesen.

sogene mhp. interesseparametrene.<sup>54</sup> Ved én-likningsestimering forutsettes det i tillegg at det finnes kun én kointegrende vektor i modellen. Om disse forutsetninger ikke er oppfylt, er estimeringen av en betinget én-likningsmodell ineffisient.

I alle modellene er standardavviket på estimatene oppgitt i parentes under hver koefisientestimat.

#### 4.3.1 En GUEqCM for den generelle CD-spesifikasjonen

CD-spesifikasjonen ble beskrevet ved modellen (14) i avsnitt 2.2. Med denne modellen skal det testes om

$$y_t = a + \alpha k_t + \beta l_t + \lambda t, \quad \alpha, \beta \geq 0 \quad (57)$$

som er en CD-produktfunksjon uten restriksjoner på homogenitetsgraden, er den riktige spesifikasjonen av den langsiktige likevekten, dvs. om den utgjør en kointegrende relasjon.

Den generelle formuleringen av GUEqCM som vil bli estimert er som følger:

$$\Delta y_t = a_0 + \sum_{i=1}^2 b_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^2 b_{2i} \Delta k_{t-i} + \sum_{i=0}^2 b_{3i} \Delta l_{t-i} + c_1 y_{t-1} + c_2 k_{t-1} + c_3 l_{t-1} + c_4 t + u_t \quad (58)$$

hvor  $c_1$  er likevektskorrigeringskoeffisienten. Ved å sette restleddet og alle vekstratene lik null i (58), droppe fotskrift for observasjonen og løse den mhp.  $y$  får man langsiktsløsningen:

$$y = - \left( \frac{a_0}{c_1} \right) - \left( \frac{c_2}{c_1} \right) k - \left( \frac{c_3}{c_1} \right) l - \left( \frac{c_4}{c_1} \right) t \quad (59)$$

der lagsiktskoeffisientene i forhold til (57) er som følger

$$-\frac{a_0}{c_1} = a, \quad -\frac{c_2}{c_1} = \alpha, \quad -\frac{c_3}{c_1} = \beta, \quad -\frac{c_4}{c_1} = \lambda \quad (60)$$

Tolkningen av lagsiktskoeffisientene er gitt i avsnitt 2.2.

I den første estimeringen av GUEqCM ble det lagt merke til noen ekstremobservasjoner, særlig i 1980, 1985 og 1987. Det velges derfor å inkludere en impulsdummy i modellen for den største av dem, betegnet *idum87*.<sup>55</sup>

---

<sup>54</sup>Se kapittel 2, side 8.

<sup>55</sup>En impulsdummy tar verdien 1 for én observasjon og 0 ellers. Her er *idum87*=1 for observasjonen i 1987 og 0 ellers.

Tabell 3: OLS-estimer for GUEqCM for CD-spesifikasjonen, 1969-2001

$\Delta y_t =$	1.481 (0.605)	$-0.531\Delta y_{t-1}$ (0.211)	$-0.044\Delta y_{t-2}$ (0.192)	$-0.719\Delta k_t$ (0.292)
	$-0.002\Delta k_{t-1}$ (0.31)	$-0.319\Delta k_{t-2}$ (0.235)	$+0.833\Delta l_t$ (0.114)	$+0.041\Delta l_{t-1}$ (0.177)
	$+0.157\Delta l_{t-2}$ (0.135)	$+0.104y_{t-1}$ (0.101)	$-0.25 k_{t-1}$ (0.089)	$+0.05 l_{t-1}$ (0.084)
	$+0.001t$ (0.001)	$+0.033idum87$ (0.011)		
$T = 33$	$\hat{\sigma} = 0.009$	$R^2 = 0.929$	$DW = 1.5$	

Spesifikasjonstester <sup>56</sup>		
Test	Test-observator	p-verdi
<i>AR</i> 1 – 2	$F(2, 17) = 1.42$	0.268
<i>ARCH</i> 1 – 1	$F(1, 17) = 0.007$	0.933
<i>Normalitet</i>	$\chi^2(2) = 3.901$	0.142
<i>RESET</i>	$F(1, 18) = 0.356$	0.557

Spesifikasjonstestene i tabell 3 viser at modellen er velspesifisert. Den viktigste hensikten med GUEqCM er å teste for kointegrasjon, og mer konkret å tolke den kointegrerende vektoren som en CD-produktfunksjon. Det virker klart at det ikke er tilfelle: Estimatet på likevektskorrigeringskoeffisienten (koeffisienten på  $y_{t-1}$ ) er positivt, hvilket innebærer at ulikevekten forsterkes i stedet for å korrigeres. Modellen kan tydeligvis forenkles siden det er noen lag som ikke er signifikante. Ved å fjerne ikke-signifikante variabler kan estimatene bli mer presise og styrken til testen for kointegrasjon forbedret. Koeffisientene til  $\Delta y_{t-2}$ ,  $\Delta k_{t-2}$  og  $\Delta l_{t-2}$  er alle ikke-signifikante. Testen for den kombinerte hypotesen om at alle tre koeffisientene er lik null, er  $\chi^2(3) = 5.084$  med signifikanssannsynlighet 0.165. Den kan derfor ikke forkastes. EqCM blir reestimert uten disse variablene.

<sup>56</sup>Ikke nok observasjoner for  $\chi^2$ -testen knyttet til heteroskedastisitet.

Tabell 4: OLS-estimer for en forenklet GUEqCM for CD-spesifikasjonen, 1968-2001

$$\begin{aligned} \Delta y_t = & \begin{array}{cccc} 1.194 & -0.546\Delta y_{t-1} & -0.872\Delta k_t & -0.113\Delta k_{t-1} \\ (0.487) & (0.176) & (0.247) & (0.218) \\ +0.876\Delta l_t & +0.119\Delta l_{t-1} & +0.195y_{t-1} & -0.300k_{t-1} \\ (0.107) & (0.129) & (0.081) & (0.069) \\ +0.02l_{t-1} & +0.001t & +0.037idum87 & \\ (0.07) & (0.001) & (0.011) & \end{array} \\ \\ T = 34 & \quad \hat{\sigma} = 0.01 \quad R^2 = 0.905 \quad DW = 2.00 \end{aligned}$$

Spesifikasjonstester		
Test	Test-observator	p-verdi
<i>AR1</i> – 2	$F(2, 21) = 0.009$	0.99
<i>ARCH1</i> – 1	$F(1, 21) = 0.022$	0.882
<i>Normalitet</i>	$\chi^2(2) = 9.0917$	0.0106*
<i>Heteroskedastisitet</i>	$F(19, 3) = 0.183$	0.992
<i>RESET</i>	$F(1, 22) = 0.549$	0.466

I tabell 4 presenteres en forenklet EqCm for  $\Delta y_t$ . Modellen ser fortsatt ut til å være velspesifisert, selv om hypotesen om normal-fordelte residualer blir forkastet på 5% signifikansnivå. Man kan anta at grunnen er ekstremobservasjonene, som det kunne blitt kontrollert for ved f. eks. å inkludere flere dummier. Videre forenklinger kan foretas, siden det ennå er ikke-signifikante lag inkludert. Uansett utgjør modellen et rimelig utgangspunkt for å teste for kointegrasjon. Ved første øyekast er det klart at om den kointegrerende vektoren skal tolkes som produktfunksjonen, kan  $H_0$  om fravær av kointegrasjon ikke forkastes, siden estimatet til koeffisienten på  $y_{t-1}$  er positivt og signifikant. Likevel er estimatet av koeffisienten til  $k_{t-1}$  negativ og signifikant, med en  $t$ -verdi på  $-4.29$ . Under  $H_0$  følger  $t$ -observator en ikke-standard DF-fordeling, og en konservativ holdning er å bruke MacKinnons kritiske verdier.<sup>57</sup> Den asymptotiske kritiske verdien med 5% signifikansnivå for 3 variabler, konstantledd og trend, er  $-4.12$ , så i dette tilfellet kan  $H_0$  om ikke-kointegrasjon forkastes. Siden  $t$ -observatoren er asymptotisk normal-fordelt under  $H_1$  om kointegrasjon, kan man konkludere at  $l_{t-1}$  og  $t$  ikke er signifikante, med respektive  $t$ -verdier på  $0.293$  og  $1.35$ , samtidig som  $y_{t-1}$  er signifikant med en  $t$ -verdi på  $2.41$ . Om det finnes en kointegrerende sammenheng, er det derfor mellom kapital og bruttoprodukt,

<sup>57</sup>For enkelhets skyld benyttes her og i det følgende de asymptotiske kritiske verdiene fra MacKinnons *response surfaces*, oppgitt i Johnston og DiNardo (1997, tabell 8.2). Koeffisientene til *response*-funksjonen som brukes til å beregne de passende kritiske verdier i forhold til sampelets størrelse, er oppgitt i Patterson (2000, tabell A8.1).

hvor korrigeringsmekanismen skjer via kapitalen. Ved å sette alle vekstratene lik null, utelate timeverk og trend pga. ikke-signifikans og løse likevektskorrigeringsmekanismen mhp. kapital, vil den stasjonære løsningen se slik ut:

$$k = 3.9 + 0.65y, \quad \text{med} \quad c_2 = -0.3 \quad (61)$$

der  $c_2$  representerer justeringshastigheten til likevekt. Likningen (61) uttrykker at det finnes en proporsjonal sammenheng mellom kapitalbeholdningen og bruttoproduktet i IBA-sektoren. Den kan tolkes som *akselerasjonsprinsippet*, der  $\beta = 0.65$ , som uttrykker den inverse av kapitalens produktivitet, betegnes som *akseleratoren* (Biørn, 1998, kap.11). Sammenhengen (61) kan undersøkes nærmere ved en EqCM for kapitalbeholdningen.

Det kan imidlertid være flere forhold som påvirker disse resultatene og som bør undersøkes før det trekkes en endelig konklusjon:

I avsnitt 4.1 ble det poengtert at mellom  $n$   $I(1)$ -variabler kan det finnes inntil  $n - 1$  kointegrerende vektorer. Mellom bruttoprodukt, kapital og timeverk kan det således finnes opptil to kointegrerende vektorer. Om det er tilfellet, har det ved estimeringen av EqCM (58) en lineær kombinasjon av disse to vektorene blitt oppnådd. System-estimeringen knyttet til CD-spesifikasjonen blir da nødvendig. Johansens metode for multivariat kointegrasjonsanalyse tillater estimering av kointegrasjonsrangen og av de kointegrerende vektorene.

Resultatene kan også være en konsekvens av at CD-modellen er en feilspesifisering av produksjonsteknologien. En alternativ formulering for produktfunksjonen, som CES-funksjonen beskrevet i avsnitt 2.2, bør da undersøkes.

Endelig kan *multikollinearitet* ha påvirket resultatene. Kollinearitets- eller multikollinearitetsproblemet oppstår fordi den partielle korrelasjonskoeffisienten mellom to forklaringsvariablene er så høy at estimeringen av den relative forklaringseffekten av hver av dem blir upresis.<sup>58</sup> Som tabell 14 i appendiks A viser, er timeverk og kapitalbeholdning sterkt korrelerte. Måten å løse dette problemet på er å foreta en transformasjon av modellen som kan fjerne den sterke korrelasjonen mellom høyresidevariablene.

Disse forholdene vil bli gjennomgått nærmere.

#### 4.3.2 En VEqCM for CD-spesifikasjonen

Det har nettopp blitt poengtert at det kan finnes inntil to kointegrerende sammenhenger mellom tre variabler. Det ble også forklart i avsnitt 4.2 at en rimelig ramme for å undersøke

---

<sup>58</sup>Nærmere forklart på side 79 og i eksempel 3.6 på side 88 i Johnston og DiNardo (1997).

antallet kointegrerende vektorer i en multivariat modell er systemkointegrasjonsanalyse med utgangspunkt i en VAR-modell som (52). Om VAR-spesifikasjonen er i samsvar med data, noe som en kan få støtte på ved spesifikasjonstester, brukes Johansens metode for å estimere VEqCM-reparametriseringen ved redusert-rang regresjoner. Som forklart i avsnitt 4.2 vil dette tillate testing av kointegresjonsrangen ved hjelp av trase-testen og estimering av  $\beta$  og  $\alpha$ .

Det startes derfor med estimeringen av et VAR-system med 2 lag (VAR(2)), og hvor bruttoprodukt  $y_t$ , kapital  $k_t$  og timeverk  $l_t$  er venstresidevariablene. Det inkluderes trend og konstant som deterministiske ledd i VAR.

Tabell 5: Spesifikasjonstester for VAR(2)-systemet, 1968-2001

System tester	test-observator	p-verdi
<i>Vektor AR1 – 2</i>	$F(18, 51) = 1.394$	0.175
<i>Vektor normalitet</i>	$\chi^2(6) = 8.937$	0.177
<i>Vektor heteroskedastisitet</i>	$F(84, 39) = 0.415$	0.999

Tabell 5 viser at VAR(2) er velspesifisert.<sup>59</sup> Den utgjør derfor et rimelig utgangspunkt for systemkointegrasjonsanalysen. Neste trinn i Johansens metode er å teste for kointegrasjon og estimere antallet kointegrerende vektorer ved hjelp av trase-testen. Resultatene til trase-testen presenteres i tabell 6.  $H_0$  om at rangen er lik null, noe som ville bety at det ikke finnes kointegrasjon, forkastes på 1% signifikansnivå.  $H_0$  om at rangen er mindre eller lik 1 blir derimot akseptert. Man kan derfor konkludere at det finnes én kointegrerende relasjon mellom bruttoprodukt, kapital og timeverk.

Tabell 6: Johansens trase-test

Eigenverdi $\lambda_p$	$H_0$	$\eta_p$ -observator	p-verdi
0.659	$rang = 0$	54.776**	0.002
0.31	$rang \leq 1$	18.166	0.34
0.15	$rang \leq 2$	5.544	0.53

Etter å ha fastslått at det finnes kun én kointegrerende vektor kan man estimere VEqCM-reparametriseringen (54) med pålagt kointegrasjonsrang lik én. Dette vil gi estimatene på kointegrasjonsvektoren  $\beta$  og på vektoren av justeringskoeffisienter  $\alpha$ . Det

<sup>59</sup>Pga. omfanget gjengis ikke spesifikasjonstestene for hver av de tre likninger i VAR.  $F$ -tester om signifikansen av hvert lag, og av samtlige lag, ble også foretatt. Alle testresultatene bekreftet at VAR(2)-formuleringen er i samsvar med data og således velspesifisert.

minnes på at et konstantledd og en trend har blitt inkludert i modellen. Konstanten ligger i  $\Phi \mathbf{q}_t$ -leddet, jf. notasjonen i avsnitt 4.2, slik at det åpnes for at variablene på nivåform kan ha en lineær trend og vekstratene en gjennomsnittsverdi forskjellig fra null. Om trenden lå i  $\Phi \mathbf{q}_t$ -leddet, ville det innebære at variablene på nivåform hadde en kvadratisk trend, noe som virker urimelig. Trenden begrenses derfor til  $\Pi \mathbf{z}_{t-1}$ -leddet, eller kointegrasjonsrommet.<sup>60</sup> Etter å ha pålagt kointegrasjonsrang lik én, vil systemet være stasjonært. Signifikansen av hver variabel i kointegrasjonsvektoren og lineære restriksjoner på langsiktskoeffisientene kan da bli testet ved  $\chi^2$ -fordelte LR-tester.

Tabell 7: Kointegrasjonsvektoren og vektoren av justeringskoeffisienter

	$y$	$k$	$l$	$trend$
$\widehat{\beta}' =$	(1,	-1.443,	0.165,	0.004)
$\widehat{\alpha}' =$	(0.151,	0.014,	-0.021)	

Tabell 8: Signifikanstestene

	$y$	$k$	$l$	$trend$
$\chi^2(1)$	3.935*	10.15**	0.173	0.681
p-verdi	0.047	0.001	0.677	0.409

I tabell 7 vises de estimerte  $\widehat{\alpha}$ - og  $\widehat{\beta}$ -vektorene, med  $\widehat{\beta}$  normalisert slik at koeffisienten på  $y$  er lik 1. I tabell 8 vises resultatene til testene av signifikansen til hver variabel. I likhet med resultatene fra modellen (58) i forrige avsnitt, er både bruttoprodukt og kapitalbeholdning signifikante, mens timeverk og trend (som kunne ha fanget opp teknologisk vekst) virker ikke-signifikante for kointegrasjonsvektoren.

Tabell 9: Johansens test for svak eksogenitet

	$\alpha_y$	$\alpha_k$	$\alpha_l$	$\alpha_k = \alpha_l = 0$
$\chi^2(1)$	9.681**	0.437	0.246	$\chi^2(2) = 0.882$
p-verdi	0.001	0.508	0.619	0.643

<sup>60</sup>Begrunnelsen er den samme som ble oppgitt i avsnitt 3.5 om ADF-modellen (39).



Johansens test for svak eksogenitet kan formuleres slik:<sup>61</sup> En variabel  $x$  er svakt eksogen i forhold til en kointegrasjonsvektor om denne vektoren ikke inngår i likningen for  $x$ . I dette tilfellet er  $\alpha$  en  $(3 \times 1)$ -vektor, som kan skrives  $\alpha' = (\alpha_y, \alpha_k, \alpha_l)$ , slik at hver koeffisient i  $\alpha$  angir kointegrasjonsvektorens påvirkning i likningen til henholdsvis  $y$ ,  $k$  og  $l$ . De variablene hvis  $\alpha$ -koeffisient er lik null er dermed svakt eksogene for parameterne i kointegrasjonsvektoren. Av tabell 9 ser en derfor at null-hypotesen om at kapital og timeverk er svakt eksogene for kointegrasjonsvektoren, ikke kan forkastes. Til slutt har felleshypotesen om at kapital og timeverk er svakt eksogene (dvs.  $\alpha_k = \alpha_l = 0$ ) og at timeverk og trend ikke er signifikante for kointegrasjonsvektoren blitt testet. Testobservator for null-hypotesen er  $\chi^2(4) = 1.75$  med p-verdi 0.781, og den kombinerte hypotesen kan dermed ikke forkastes. Den estimerte vektoren som ble oppnådd ved å pålegge disse restriksjonene er den følgende:

$$y = \underset{(0.091)}{1.4} k, \quad \alpha_y = \underset{(0.021)}{0.16} \quad (62)$$

hvor  $\alpha_y$  er likevektskorrigeringskoeffisienten.

Dette resultatet er sammenfallende med resultatet som ble oppnådd ved estimeringen av CD-spesifikasjonen ved én-liknings EqCM-estimeringen når  $y$  ble tolket som den endogene variabelen i langsiktsløsningen. Siden  $\alpha_y$  er positiv, finnes det ingen korrigeringsmekanisme og (62) kan derfor ikke tolkes som en kointegrerende relasjon. Ved VEqCM-estimeringen har det i hvert fall blitt bekreftet at det finnes én kointegrerende sammenheng mellom bruttoprodukt, kapital og timeverk. Det gjenstår derfor å undersøke de andre forholdene som ble påpekt i forrige avsnitt.

### 4.3.3 En GEqCM for CES-spesifikasjonen

Den andre forklaringsfaktoren som ble diskutert ovenfor er at CD-spesifikasjonen ikke er en hensiktsmessig spesifikasjon for produktfunksjonen i IBA-sektoren. I avsnitt 2.2 ble CES-funksjonen presentert som alternativet til CD-funksjonen. CES-funksjonen kan ikke log-lineariseres, og blant de tre tilnærmingene for én-liknings estimering ved MKM som der ble foreslått, falt valget på modellen (22). Denne spesifikasjonen tolkes som 1. ordens betingelsen for kostnadsminimering, og selv om den ikke tillater en direkte estimering av CES-funksjonen, er den egnet når en ønsker å estimere substitusjonselastisiteten  $\sigma$ . Å teste om  $\sigma = 1$ , tilsvarer å teste om CES-funksjonen kan forenkles til en CD-funksjon.

---

<sup>61</sup>Som forklart i Ericsson og Irons (1994, kap. 1).

Det skal altså testes om modellen (22):

$$(k - l)_t = -\sigma \ln \left( \frac{1 - \gamma}{\gamma} \right) + \sigma(w - p_k)_t + (1 - \sigma)(\lambda - \delta)t \quad (63)$$

kan oppfattes som en kointegrerende sammenheng. Den generelle formuleringen til EqCM for CES-spesifikasjonen er:

$$\Delta(k - l)_t = a_0 + \sum_{i=1}^2 b_{1i} \Delta(k - l)_{t-i} + \sum_{i=0}^2 b_{2i} \Delta(w - p_k)_{t-i} + c_1(k - l)_{t-1} + c_2(w - p_k)_{t-1} + c_3 t + u_t \quad (64)$$

med langsiktsløsningen

$$(k - l) = - \left( \frac{a_0}{c_1} \right) - \left( \frac{c_2}{c_1} \right) (w - p_k) - \left( \frac{c_3}{c_1} \right) t \quad (65)$$

Koeffisientene i langsiktsløsningen er relatert til (63) som følger:

$$-\frac{a_0}{c_1} = -\sigma \ln \left( \frac{1 - \gamma}{\gamma} \right), \quad -\frac{c_2}{c_1} = \sigma, \quad -\frac{c_3}{c_1} = (1 - \sigma)(\lambda - \delta) \quad (66)$$

og tolkningen av disse koeffisientene er som forklart i avsnitt 2.2.

Et første forsøk på å estimere (64) avdekket noen ekstremobservasjoner. Det kontrolleres for den største av dem ved å inkludere impulsdummyen *idum89*.

Tabell 10: OLS-estimer for GUEqCM for CES-spesifikasjonen, 1969-2001

$\Delta(k - l)_t =$	0.845 (0.32)	+0.284 $\Delta(k - l)_{t-1}$ (0.162)	-0.053 $\Delta(k - l)_{t-2}$ (0.151)
	+0.071 $\Delta(w - p_k)_t$ (0.021)	+0.012 $\Delta(w - p_k)_{t-1}$ (0.03)	-0.004 $\Delta(w - p_k)_{t-2}$ (0.025)
	-0.293 $(k - l)_{t-1}$ (0.118)	+0.095 $(w - p_k)_{t-1}$ (0.044)	+0.006 $t$ (0.002)
	+0.061 <i>idum89</i> (0.02)		
$T = 33$	$\hat{\sigma} = 0.018$	$R^2 = 0.743$	$DW = 2.05$

Spesifikasjonstester		
Test	t-observator	p-verdi
$AR1 - 2$	$F(2, 21) = 3.067$	0.067
$ARCH1 - 1$	$F(1, 21) = 1.314$	0.264
<i>Normalitet</i>	$\chi^2(2) = 0.876$	0.645
<i>Heteroskedastisitet</i>	$F(17, 5) = 0.331$	0.96
<i>RESET</i>	$F(1, 22) = 0.166$	0.686

Resultatene i tabell 10 viser at modellen er velspesifisert og at bortsett fra  $\Delta(k-l)_{t-2}$ ,  $\Delta(w-p_k)_{t-1}$  og  $\Delta(w-p_k)_{t-2}$ , er alle variablene signifikante. Testen på den kombinerte null-hypotesen om at samtlige av koeffisientene til disse variablene er lik null, gir en  $\chi^2(3)$ -fordelt test-observator på 0.619, med p-verdi 0.891. Det velges derfor å forenkle modellen videre før det blir testet for kointegrasjon.

Tabell 11: OLS-estimer for den endelige EqCM for CES-spesifikasjonen, 1968-2001

$$\begin{aligned}
\Delta(k-l)_t = & \begin{array}{lll}
0.932 & +0.255\Delta(k-l)_{t-1} & +0.076\Delta(w-p_k)_t \\
(0.197) & (0.122) & (0.017) \\
-0.325(k-l)_{t-1} & +0.105(w-p_k)_{t-1} & +0.006t \\
(0.063) & (0.023) & (0.001) \\
+0.059idum89 & & \\
(0.018) & & 
\end{array} \\
T = 34 & \quad \hat{\sigma} = 0.017 \quad R^2 = 0.763 \quad DW = 1.99
\end{aligned}$$

Spesifikasjonstester		
Test	test-observator	p-verdi
$AR1 - 2$	$F(2, 25) = 1.083$	0.353
$ARCH1 - 1$	$F(1, 25) = 1.304$	0.264
<i>Normalitet</i>	$\chi^2(2) = 0.206$	0.902
<i>Heteroskedastisitet</i>	$F(11, 15) = 0.718$	0.706
<i>RESET</i>	$F(1, 26) = 0.195$	0.662

Spesifikasjonstestene i tabell 11 bekrefter at modellen er velspesifisert. Det kan dermed testes for kointegrasjon.  $c_1$ , koeffisienten til  $(k-l)$ , er signifikant med en  $t$ -verdi på  $-5.11$ . Som forklart må  $t$ -verdien sammenliknes med MacKinnons asymptotiske kritiske verdier. I tilfellet med to variabler, konstant og trend, og med 5% signifikansnivå er den kritiske verdien lik  $-3.78$ .  $H_0$  om fravær av kointegrasjon kan derfor forkastes. Siden  $t$ -observatorene

på de andre variablene i modellen er asymptotisk normal-fordelte under hypotesen om kointegrasjon, kan man konkludere med at alle variablene er signifikante. På vanlig vis settes alle vekstratene og restleddet lik null for å utlede den stasjonære løsningen, som her blir

$$(k - l) = 2.86 + 0.32(w - p_k) + 0.02t, \quad \text{med} \quad c_1 = -0.325 \quad (67)$$

der  $c_1$  er den estimerte likevektsjusteringskoeffisienten, hvilket innebærer at 32.5% av ulikevekten korrigeres hvert år. Den estimerte substitusjonselastisiteten som følger av den estimerte langsiktsløsningen er  $\hat{\sigma} = 0.32$ . En test om at  $\sigma = 1$ , kan formuleres  $H_0 : c_1 + c_2 = 0$ . Test-observatoren er  $\chi^2(1) = 22.979$  med signifikanssannsynlighet lik 0, som innebærer forkastelse av  $H_0$  på 1% signifikansnivå. Det har dermed blitt funnet evidens for at substitusjonselastisiteten er signifikant mindre enn én, hvilket betyr at CD-funksjonen ikke er en hensiktsmessig spesifikasjon for produktfunksjonen i IBA-sektoren. Estimaten på de andre parameterne i CES-funksjonen, bortsett fra skalaelastisiteten, kan bli utledet av estimatene i langsiktsløsningen som vist i (66). Da får man

$$0.02 = (1 - \hat{\sigma}) (\hat{\lambda} - \hat{\delta}), \quad \text{dvs.} \quad (\hat{\lambda} - \hat{\delta}) = 0.03 \quad (68)$$

det som innebærer at den estimerte skjevheten i teknologisk endring er kapitalutvidende. Videre er

$$2.86 = -\hat{\sigma} \ln \left( \frac{1 - \hat{\gamma}}{\hat{\gamma}} \right), \quad \text{dvs.} \quad \hat{\gamma} \approx 1 \quad (69)$$

hvor  $\hat{\gamma}$  er den estimerte relative vekten av kapitalsinnsats i CES-funksjonen, som forklart i avsnitt 2.2. I følge løsningen (67) har derfor arbeidsinnsatsen praktisk talt null vekt i produktfunksjonen, noe som kan virke urimelig. Det finnes en type modeller innenfor teorien om endogen teknologisk vekst som kunne forklare et slik resultat, de såkalte  $Y = AK$ -modellene.<sup>62</sup> I disse modellene er teknologiveksten og økningen i kunnskap-skapital en funksjon av (eller er innbakte i) kapital, og under visse forutsetninger kan produksjonen uttrykkes som en funksjon av bare kapitalbeholdningen, derav betegnelsen. Denne hypotesen skal imidlertid ikke utdypes her.

Til slutt skal det undersøkes hvilke resultater man får av å ta hensyn til multi-kollinearitetsproblemet.

---

<sup>62</sup>Se f. eks. Romer (1996, kap. 3).

#### 4.3.4 En GUEqCM for CD-spesifikasjonen med konstant skalautbytte

I lineære modeller er en måte å løse multikollinearitetsproblemet på å foreta en ikke-singulær lineær transformasjon av modellen som ikke endrer modellens grunnleggende egenskaper. Hendry og Doornik (2001) anbefaler at en slik lineær transformasjon “*baseres på informasjon fra tidligere studier og teoretiske analyser heller enn på data (...)*”.<sup>63</sup> En rimelig antakelse ofte brukt i empiriske og teoretiske studier, er at produksjonsteknologien viser konstant skalautbytte (KSU i det følgende). Med CD-formuleringen betyr det at funksjonen er homogen av grad én. I sin loglineære form blir homogenitetsrestriksjonen slik:

$$y_t = a + \lambda t + \alpha k_t + (1 - \alpha) l_t, \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (70)$$

som kan omskrives til

$$(y - l)_t = a + \lambda t + \alpha (k - l)_t \quad (71)$$

Den generelle formuleringen til EqCM for CD-KSU-spesifikasjonen er følgende:

$$\Delta(y-l)_t = a_0 + \sum_{i=1}^2 b_{1i} \Delta(y-l)_{t-i} + \sum_{i=0}^2 b_{2i} \Delta(k-l)_{t-i} + c_1(y-l)_{t-1} + c_2(k-l)_{t-1} + c_3 t + u_t \quad (72)$$

slik at langsiktssløsningen er gitt ved

$$(y - l) = - \left( \frac{a_0}{c_1} \right) - \left( \frac{c_2}{c_1} \right) (k - l) - \left( \frac{c_3}{c_1} \right) t \quad (73)$$

og hvor langsiktskoeffisientene er relatert til (71) som følger

$$-\frac{a_0}{c_1} = a, \quad -\frac{c_2}{c_1} = \alpha, \quad -\frac{c_3}{c_1} = \lambda \quad (74)$$

KSU-spesifikasjonen av CD-modellen kan derfor bli testet for etter estimering av GUEqCM (72): Forkastelse av kointegrasjonshypotesen vil innebære forkastelse av KSU-hypotesen. Som sagt forsøkes det med denne transformasjonen å unngå kollinearitetsproblemet mellom regressorene. Samtidig er antall variabler i modellen lik to, slik at det nå kan finnes kun én kointegrerende vektor mellom dem.

Det ble avdekket en stor outlier for observasjonen i 1988, derfor inkluderes i GUEqCM en impulsdummy for denne observasjonen, *idum88*.

---

<sup>63</sup>Se Hendry og Doornik (2001, avs. 15.1).

Tabell 12: OLS-estimer for GUEqCM for CD-KSU-spesifikasjonen, 1969-2001

$$\begin{aligned} \Delta(y-l)_t = & 0.664 & +0.24 \Delta(y-l)_{t-1} & +0.337 \Delta(y-l)_{t-2} \\ & (0.234) & (0.188) & (0.169) \\ & +0.185 \Delta(k-l)_t & +0.198 \Delta(k-l)_{t-1} & -0.459 \Delta(k-l)_{t-2} \\ & (0.133) & (0.135) & (0.125) \\ & -0.335 (y-l)_{t-1} & +0.203 (k-l)_{t-1} & +0.0005t \\ & (0.085) & (0.054) & (0.001) \\ & -0.042 idum88 & & \\ & (0.014) & & \end{aligned}$$

$$T = 33 \quad \hat{\sigma} = 0.012 \quad R^2 = 0.744 \quad DW = 2.03$$

Spesifikasjonstester		
Test	Test-observator	p-verdi
<i>AR1 - 2</i>	$F(2, 21) = 0.445$	0.646
<i>ARCH1 - 1</i>	$F(1, 21) = 0.01$	0.919
<i>Normalitet</i>	$\chi^2(2) = 1.851$	0.393
<i>Heteroskedastisitet</i>	$F(17, 5) = 0.416$	0.919
<i>RESET</i>	$F(1, 22) = 0.001$	0.966

Spesifikasjonstestene i tabell 12 viser at modellen er velspesifisert og er derfor et rimelig utgangspunkt for testing. De asymptotiske kritiske verdiene under  $H_0$  om ikke-kointegrasjon er gitt av MacKinnon: I tilfellet med to variabler, konstantledd og trend er den asymptotiske kritiske  $t$ -verdien lik -3.78 på 5% signifikansnivå. Ved å sammenlikne den med  $t$ -verdien til estimatet av  $c_1$ , koeffisienten på  $(y-l)_{t-1}$ , som er -3.93, kan man forkaste  $H_0$ . Det har dermed blitt funnet støtte for hypotesen om en kointegrerende relasjon mellom  $(y-l)$  og  $(k-l)$ . Og under  $H_1$  om kointegrasjon, er  $t$ -observator på estimatene til de andre variablene i modellen asymptotisk normal-fordelt. Da ser man at det er flere kandidater til videre forenkling: Estimatene til koeffisientene på både  $\Delta(y-l)_{t-1}$ ,  $\Delta(k-l)_t$ , og  $t$ , har alle en  $t$ -verdi under 1.4. Test-observatoren knyttet til  $H_0$  om at disse tre koeffisientene er lik null, er  $\chi^2(3) = 2.235$  med signifikanssannsynlighet 0.524. I lys av dette kan  $H_0$  aksepteres, og disse tre variablene utelates fra spesifikasjonen. Med tanke på at dette blir den endelige modellen for CD-KSU-spesifikasjonen, blir modellen estimert på redusert sampel, hvilket vil tillate å undersøke prognose-egenskapene til modellen samt parameter-stabilitet.

Tabell 13: OLS-estimer for den endelige EqCM for CD-KSU-spesifikasjonen, 1969-1998

$$\Delta(y-l)_t = \begin{array}{lll} 0.566 & +0.29\Delta(y-l)_{t-2} & +0.3\Delta(k-l)_{t-1} \\ (0.125) & (0.172) & (0.116) \\ -0.406\Delta(k-l)_{t-2} & -0.267(y-l)_{t-1} & +0.159(k-l)_{t-1} \\ (0.123) & (0.07) & (0.049) \\ -0.035idum88 & & \\ (0.014) & & \end{array}$$

$T = 30 \quad \hat{\sigma} = 0.013 \quad R^2 = 0.702 \quad DW = 1.85$

Spesifikasjonstester		
Test	Test-observator	p-verdi
<i>AR1 - 2</i>	$F(2, 21) = 0.052$	0.949
<i>ARCH1 - 1</i>	$F(1, 21) = 0.067$	0.797
<i>Normalitet</i>	$\chi^2(2) = 2.989$	0.224
<i>Heteroskedastisitet</i>	$F(11, 11) = 0.394$	0.931
<i>RESET</i>	$F(1, 22) = 0.003$	0.956
Parameter constancy forecast tests <sup>64</sup>		
<i>Forecast</i>	$\chi^2(3) = 0.194$	0.978
<i>Chow</i>	$F(3, 23) = 0.044$	0.987

Av tabell 13 ser man at den endelige EqCM for  $\Delta(y-l)$  er velspesifisert. Likevektskorrigeringskoeffisienten er fortsatt signifikant ved sammenlikning med MacKinnons kritiske verdier, med en  $t$ -verdi på -3.8. Den estimerte verdien av likevektskorrigeringskoeffisienten er  $\hat{c}_1 = -0.267$ , noe som betyr en heller treg korrigeringsmekanisme, siden det ville ta mellom 3 og 4 år å korrigere en ulikevekt. En grafisk analyse av denne modellen vises i appendiks C. Man finner langsiktsløsningen ved å sette restleddet og alle vekstratene lik null. Da får man

$$0 = 0.566 - 0.267(y-l) + 0.156(k-l), \quad \text{dvs.} \quad (y-l) = 2.12 + 0.59(k-l) \quad (75)$$

slik at den langsiktige likevekten er karakterisert ved følgende CD-funksjon:

$$y_t = 2.12 + 0.59k_t + 0.41l_t \quad (76)$$

En estimert grenseelastisiteten til kapitalbeholdning på 0.59 og til arbeidsinnsats på 0.41

<sup>64</sup>1-step (ex post) forecast analysis, 1999-2001.

virker rimelige i utgangspunktet. En resultat som er vanskeligere å tolke er at summen av de estimerte koeffisientene til  $\Delta(k-l)_{t-1}$  og  $\Delta(k-l)_{t-2}$  er negativ, siden dette innebærer at den kortsiktig elastisiteten til arbeidskraftsproduktiviteten mhp. kapital per timeverk er negativ. Resultatene av denne modellen blir ytterligere kommentert i konklusjonen.



## 5 Konklusjon

Den økonometriske analysen av produksjonen i IBA-sektoren har avdekket at de to alternative CD- og CES-spesifikasjonene er forenlig med dataene og det har blitt funnet støtte for kointegrasjon ved begge formuleringer. Det har også blitt funnet evidens på at akseleratorprinsippet gjelder i IBA-sektoren.

Estimeringen basert på optimalitetsbetingelsen for kostnadsminimering utledet av CES-funksjonen ga som resultat en estimert verdi på substitusjonselastisiteten ( $\hat{\sigma}$ ) på 0.32. Hypotesen om substitusjonselastisiteten lik én ble testet og forkastet, og dermed ble CD-hypotesen også forkastet. Estimaten på de relative vektene av innsatsfaktorene i CES-funksjonen som ble utledet av langsiktssløsningen (67) var imidlertid vanskeligere å tolke. Som en mulig forklaring på at den estimerte vekten av kapitalinnsatsen i produkt-funksjonen ( $\hat{\gamma}$ ) ble tilnærmet lik 1, som betyr praktisk talt null vekt for arbeidsinnsatsen, ble  $Y=AK$ -modellene foreslått. Denne forklaringen er likevel problematisk; den motsier akseleratorprinsippet, som for enkelhets skyld kan uttrykkes  $K=BY$ , siden i dette tilfellet er  $K$  den endogene variabelen. Resultatet fra VEqCM-estimeringen presentert i (62) bekreftet at tolkningen av den kointegrerende sammenhengen mellom bruttoprodukt og kapitalinnsatsen ikke kunne være  $Y=AK$ , siden justeringskoeffisienten  $\alpha_y$  var positiv, hvilket betyr at det ikke finnes noen korrigeringsmekanisme. Derfor synes det mer fornuftig å legge større vekt på akseleratorprinsipp-hypotesen. En annen svakhet ved CES-modellen er den implisitte forutsetningen om perfekt konkurranse i beregningen av  $P_k$ , noe som innebærer en overvurdering av prisen på kapitaltjenester om prisen på bruttoproduktet i sektoren settes som en mark-up over marginalkostnadene.

En faktor som kunne avgjøre valget av spesifikasjon for produktfunksjonen er inntektsandelen til arbeidsinnsats,  $S_L$ .<sup>65</sup> CD-formuleringen innebærer at grenseelastisitetene til innsatsfaktorene er konstante og, under forutsetning om profittmaksimering og perfekt konkurranse, at de respektive inntektsandelene også er konstante. Ifølge resultatene av ADF-testene i tabell 1 og 2 er  $S_L \sim I(1)$ , hvilket ville støtte CES-hypotesen til fordel for CD-hypotesen.<sup>66</sup> Under den mindre strenge forutsetning om imperfekt konkurranse, kan grunnen til at  $S_L \sim I(1)$  være en ikke-stasjonær *mark-up* i sektoren. Dette er enda en grunn til å være forsiktig før man trekker en definitiv konklusjon.

Estimatet på arbeidsinnsatsgrenseelastisitet ( $\varepsilon_L$ ) på 0.41 fra kointegrasjonsanalysen av CD-KSU-spesifikasjonen når faktorinnsatsene behandles som eksogene, avviker fra esti-

---

<sup>65</sup>Se figur 3.

<sup>66</sup>Evidens på at  $S_L$  er ikke-stasjonær har blitt også funnet i empiriske analyser for andre europeiske land. Se f. eks. Dimitz (2001) og Ripatti og Vilmunen (2001).

matet for den samme parameteren basert på lønnsutgiftsandelen under forutsetning om profittmaksimering og perfekt konkurranse. Gjennomsnittet av denne faktorandelen er lik 0.78, det vil si praktisk talt dobbelt så stort som estimatet fra kointegrasjonsanalysen. I tillegg ville en *mark-up* i sektoren innebære at den egentlige grenseelastisiteten til arbeidsinnsatsen er større enn dens inntektsandel. Mulige forklaringer for at avviket er så stort, er imperfekt konkurranse i arbeidsmarkedet og at bidraget til arbeidsinnsatsen i produksjonen er større enn den estimerte grenseelastisiteten pga. *humankapital* som det ikke tas høyde for når innsatsen av arbeidskraft er representert ved *antall timeverk*. Den estimerte langsiktssløsningen av CD-KSU-modellen fanget heller ikke teknologisk fremgang, som ble inkludert i formuleringen i form av en eksogen lineær trend. CD-KSU-spesifikasjonen er derfor heller ikke uten svakheter.

Et generelt problem for den økonometriske analysen kan ha vært sampelets størrelse, som i denne oppgaven har bestått av 35 observasjoner og som dermed kan betraktes som (forholdsvis) lite. Tidligere i oppgaven har det blitt understreket at både ADF-testene og testene for kointegrasjon har lavere styrke for små sampler. Med et utvidet sampel kunne problemet med test-styrke reduseres og mer nøyaktige estimater oppnås. Sampelets størrelse har samtidig utgjort en begrensing for systemkointegrasjonsanalysen, siden antallet observasjoner har vært utilstrekkelig for systemestimering av optimaliseringsbetingelser.

Selv om kointegrasjonsanalysen ikke har gitt en entydig spesifikasjon for produktfunksjonen i IBA-sektoren, viser den veien man kunne følge for å søke etter enda bedre formuleringer av en økonometrisk modell for produktfunksjonen og produsentatferden i denne aggregerte sektoren:

Bedre mål på innsatsfatorene ville gi bedre estimater på deres reelle bidrag til produksjonen og til veksten. Som forklart i avsnitt 3.3 ville det vært ønskelig å ha et mål på realkapitaltjenester som fanger endringer i kapasitetsutnyttelsen, og et mål på arbeidsinnsatsen som reflekterer dens heterogenitet og fanger opp innslaget av human- eller kunnskapskapitalen.

Med et bedre mål på brukerprisen av kapitaltjenester ville forutsetningen om perfekt konkurranse ikke være nødvendig for analysen, som dermed kunne baseres på den mer realistiske antakelsen om imperfekt konkurranse.

Til slutt med et utvidet sampel ville det også vært mulig å utvide informasjonsgrunnlaget i analysen. Økonomisk teori sier at ved overskuddsmaksimering bestemmer bedriftene produksjonsnivå og faktoretterspørselen simultant. Med et stort nok sampel kunne man behandle bruttoprodukt, kapital- og arbeidsinnsats som endogene og utnytte de tre førsteordensbetingelsene for profittmaksimering ved systemkointegrasjonsanalyse.

## Referanser

- [1] Arrow K.J., H.B. Chenery, B.S. Minhas og R.M. Solow (1961): "Capital-labour substitution and economic efficiency." *The Review of Economics and Statistics* 43, 225-250.
- [2] Asher E. (1972): "Industrial efficiency and biased technical change in American and British manufacturing: the case of textiles in the nineteenth century." *The Journal of Economic History* 32, 431-442.
- [3] Barro R. J. og X. Sala-i-Martin (1995): *Economic Growth*. McGraw-Hill Advanced Series in Economics, New York.
- [4] Biørn E. (1998): *Anvendt økonometri – utvalgte emner, del II (kapittel 10-13)*. Unipub, Akademika AS, Oslo.
- [5] Biørn E. (2003): *Økonometriske emner 2. utgave*. Unipub forlag, Oslo.
- [6] Bjørnstad S. (2007): "Mer penger til eierne." I: *Aftenposten*, søndag, 01.04.2007, s. 14.
- [7] Burda M. og C. Wyplosz (2001): *Macroeconomics. A European text*. Oxford University Press, Oxford.
- [8] Dimitz M. A. (2001): *Output gaps and technological progress in European Monetary Union*. Bank of Finland Discussion Papers 20, 2001.
- [9] Doornik J. A. og D. F. Hendry (2001): *Modelling dynamic systems using PcGive (Volume II)*. Timberlake Consultants Ltd., London.
- [10] Engle R.F. og C.W.J. Granger (1987): "Co-integration and error correction: representation, estimation and testing." *Econometrica* 55, 251-276.
- [11] Ericsson N. R. og J. S. Irons (eds.) (1994): *Testing exogeneity*. Oxford University Press, Oxford.
- [12] Griliches Z. (1998): *Practicing econometrics: essays in method and application*. E. Elgar, Cheltenham.
- [13] Hamilton J.D. (1994): *Time series analysis*. Princetown University Press, Princetown.

- [14] Harris R.I.D. (1995): *Using cointegration analysis in econometric modelling*. Prentice Hall/Harvester Wheatsheaf, Hemel Hempstead.
- [15] Hendry D.F. og J.A. Doornik (2001): *Empirical econometric modelling using PcGive (Volume 1)*. Timberlake Consultants Ltd., London.
- [16] Hoel M. og K.O. Moene (1997): *Produksjonsteori*. Universitetsforlaget, Oslo.
- [17] Johansen S. (1991): "Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models." *Econometrica* 59, 1551-1580.
- [18] Johnston J. og J. DiNardo (1997): *Econometric methods*. McGraw-Hill International Editions, New York.
- [19] Kremers J. J. M., N. R. Ericsson og J. J. Dolado (1992): "The power of cointegration tests". *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 54, 325-348.
- [20] Mork K.A. (1996): *Videregående makroøkonomi*. Cappelen Akademisk Forlag, Oslo.
- [21] Nymoen R. (1999): *Kointegrasjon*. Handout til kurset *Kurskombinasjon i økonometri*. Oslo: Økonomisk institutt, vår 1999.
- [22] OECD (2001): *Productivity manual*. URL: [http://www.oecd.org/pdf/M00018000/M00018189.pdf/](http://www.oecd.org/pdf/M00018000/M00018189.pdf), lastet ned høsten 2002.
- [23] Patterson K. (2000): *An introduction to applied econometrics: a time series approach*. St. Martin's Press, Scholarly and Reference Division, New York.
- [24] Perron P. (1989): "The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis." *Econometrica* 57, 1361-1401.
- [25] Ripatti A. og J. Vilmunen (2001): *Declining labour share.– Evidence of a change in the production technology?*. Bank of Finland Discussion Papers 10, 2001.
- [26] "RIMINI 3.1415x. Variabel definitions and data sources." *Rikmodnotat nr. 363*, Norges Bank.
- [27] Romer D. (1996): *Advanced macroeconomics*. McGraw-Hill Advanced Series in Economics, New York.
- [28] Sydsæter K. (2000): *Matematisk analyse. Bind 1*. Gyldendal Akademisk, Oslo.

- [29] Sydsæter K., A. Seierstad og A. Strøm (2002): *Matematisk analyse. Bind 2*. Gyldendal Akademisk, Oslo.

## Appendiks A: Gjennomsnitt og korrelasjoner

Tabell 14: Gjennomsnitt og korrelasjonsmatrisen til  $y$ ,  $k$ ,  $l$ .

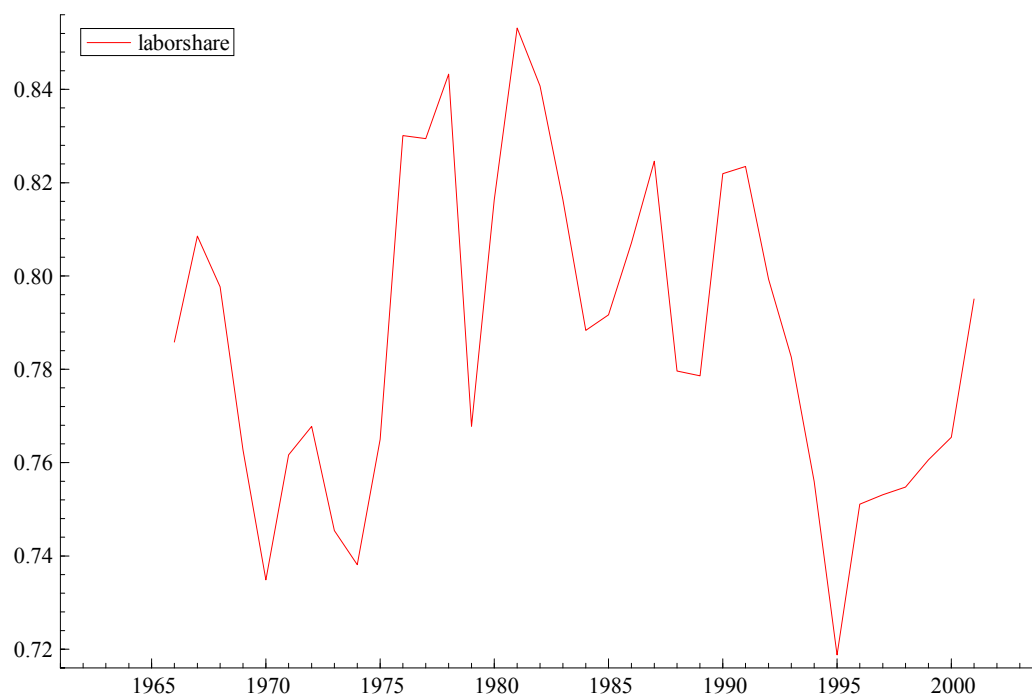
gjennomsnittene			
	$y$	$k$	$l$
	11.934	12.114	6.63
korrelasjonsmatrisen			
	$y$	$k$	$l$
$y$	1	0.947	-0.767
$k$		1	-0.887
$l$			1

Tabell 15: Gjennomsnitt og korrelasjonsmatrisen til  $\Delta y$ ,  $\Delta k$  og  $\Delta l$ .

gjennomsnittene			
	$\Delta y$	$\Delta k$	$\Delta l$
	0.0152	0.0253	-0.0097
korrelasjonsmatrisen			
	$\Delta y$	$\Delta k$	$\Delta l$
$\Delta y$	1	0.082	0.693
$\Delta k$		1	0.111
$\Delta l$			1

## Appendiks B: Inntektsandel til arbeidsinnsatsen

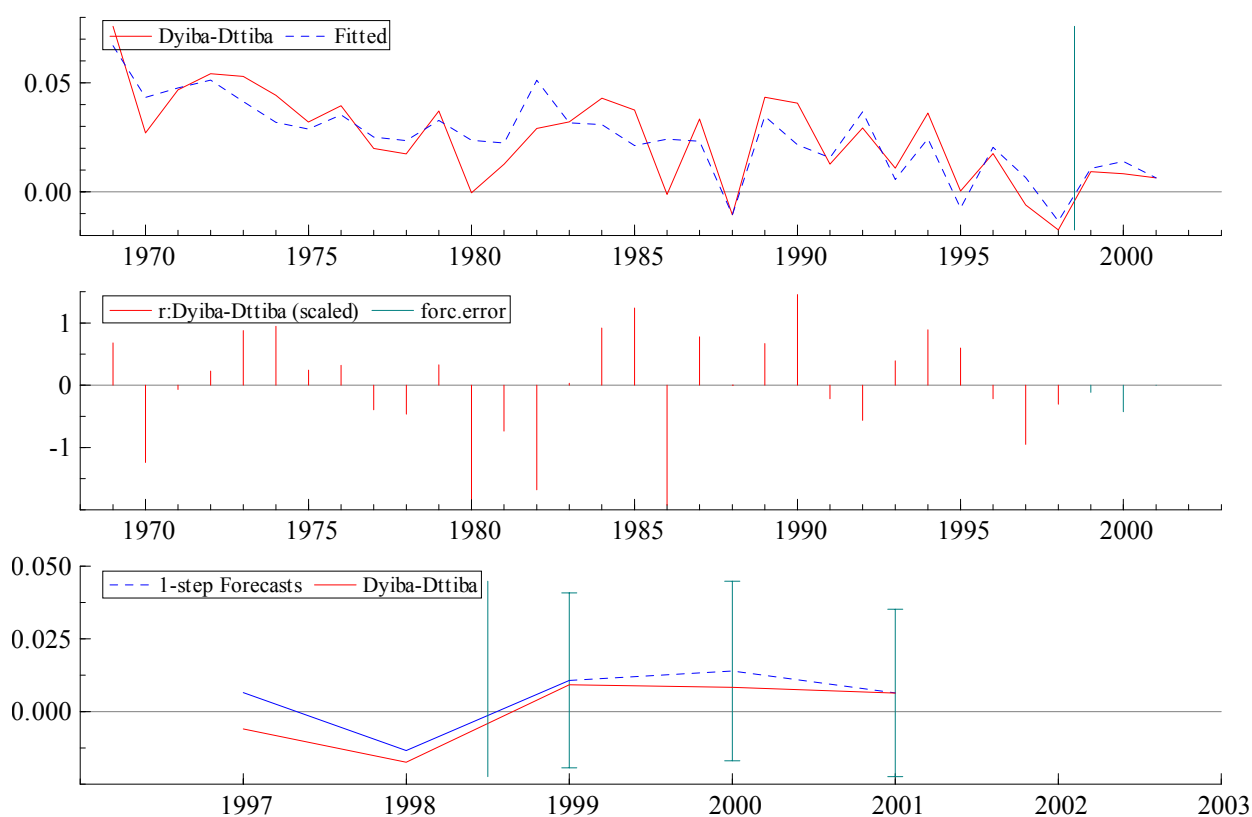
Figur 3: Inntektsandel til arbeidsinnsats



## Appendiks C: Grafisk analyse av EqCM for CD-KSU-spesifikasjonen

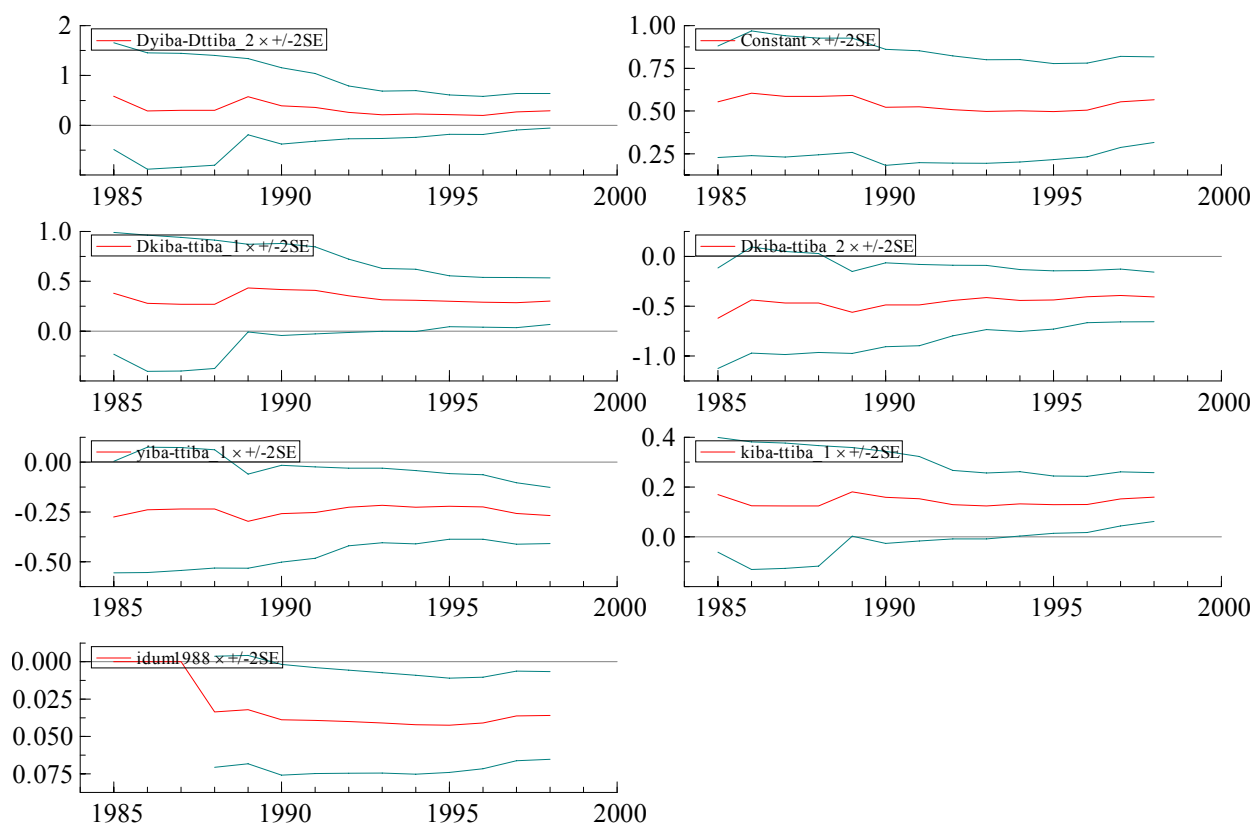
$Dyiba-Dttiba$  i grafene står for  $\Delta(y - l)$ .

Figur 4: Estimerer til den endelige EqCM for CD-KSU-spesifikasjonen





Figur 5: Rekursive estimer for den endelige EqCM for CD-KSU-spesifikasjonen



Figur 6: Rekursive tester for parameter-stabilitet for den endelige EqCM for CD-KSU-spesifikasjonen

